

AULA 8 e 9

CONJUNTOS NUMÉRICOS

ASSISTA À AULA



Professor Ricardinho
Matemática – Frente C



Conjuntos Numéricos

Conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$)

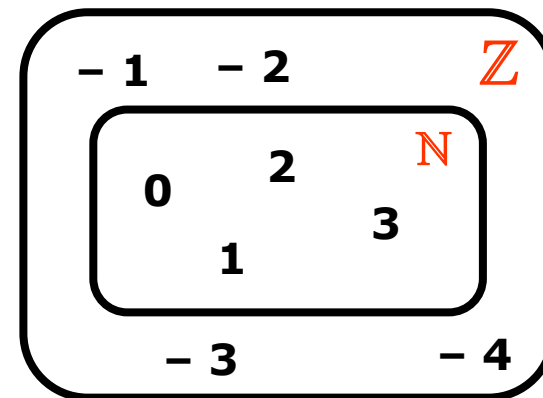
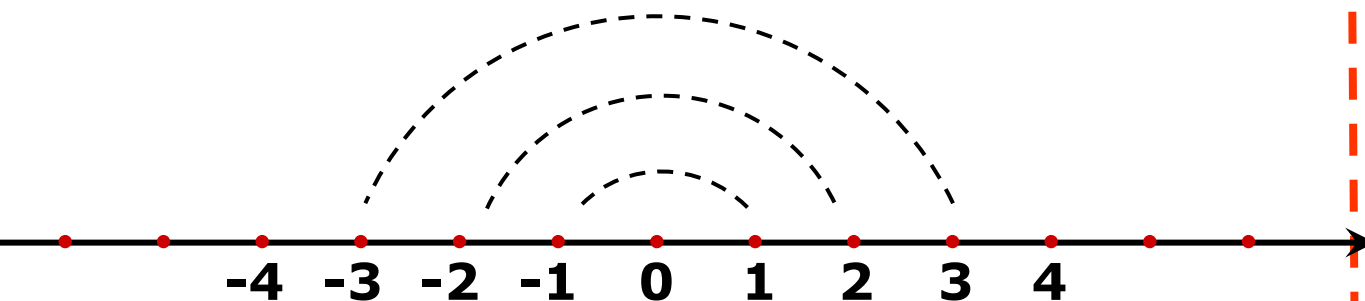
Números utilizados para contar formam o conjunto $\mathbb{N}$ dos números naturais, definido assim:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

Conjunto dos números inteiros ($\mathbb{Z}$)

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

□ Simetria em relação ao zero.



Conjuntos Numéricos

Conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$)

Números utilizados para contar formam o conjunto $\mathbb{N}$ dos números naturais, definido assim:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

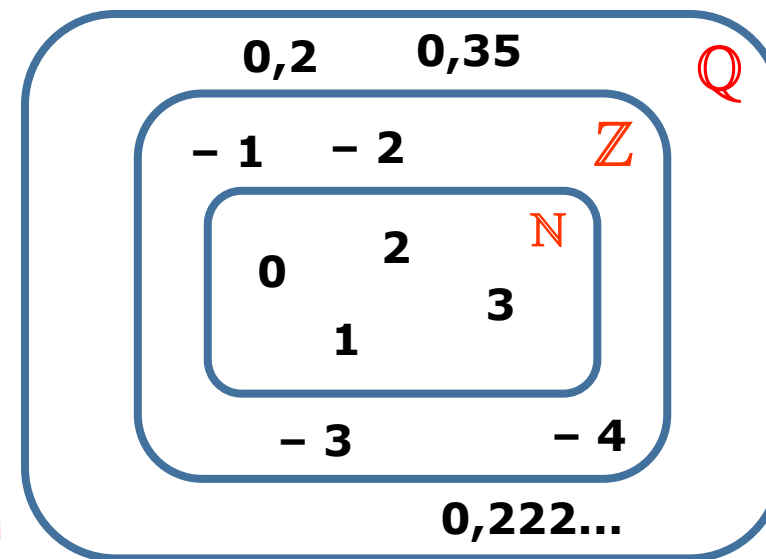
Conjunto dos números inteiros ($\mathbb{Z}$)

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$)

$$\mathbb{Q} = \{x/x = p/q; p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0\}$$

- ✓ Os números naturais;
- ✓ Os decimais exatos;
- ✓ Os números inteiros;
- ✓ As dízimas periódicas.



Conjuntos Numéricos

Conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$)

Números utilizados para contar formam o conjunto $\mathbb{N}$ dos números naturais, definido assim:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

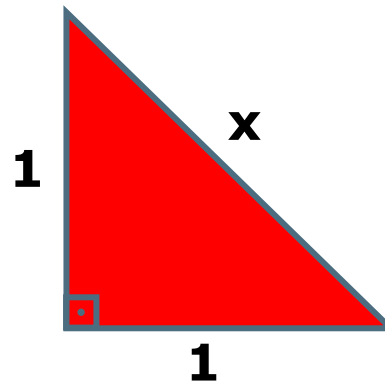
Conjunto dos números inteiros ($\mathbb{Z}$)

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$)

$$\mathbb{Q} = \{x/x = p/q; p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0\}$$

- ✓ Os números naturais;
- ✓ Os decimais exatos;
- ✓ Os números inteiros;
- ✓ As dízimas periódicas.

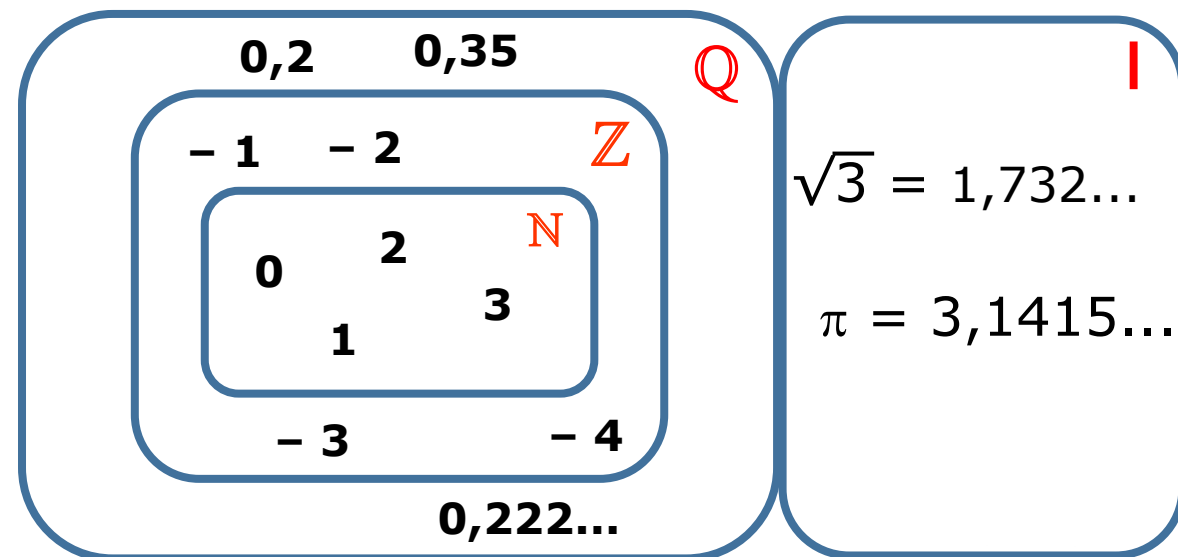


$$x^2 = 1^2 + 1^2$$

$$x^2 = 2$$

$$x = \sqrt{2}$$

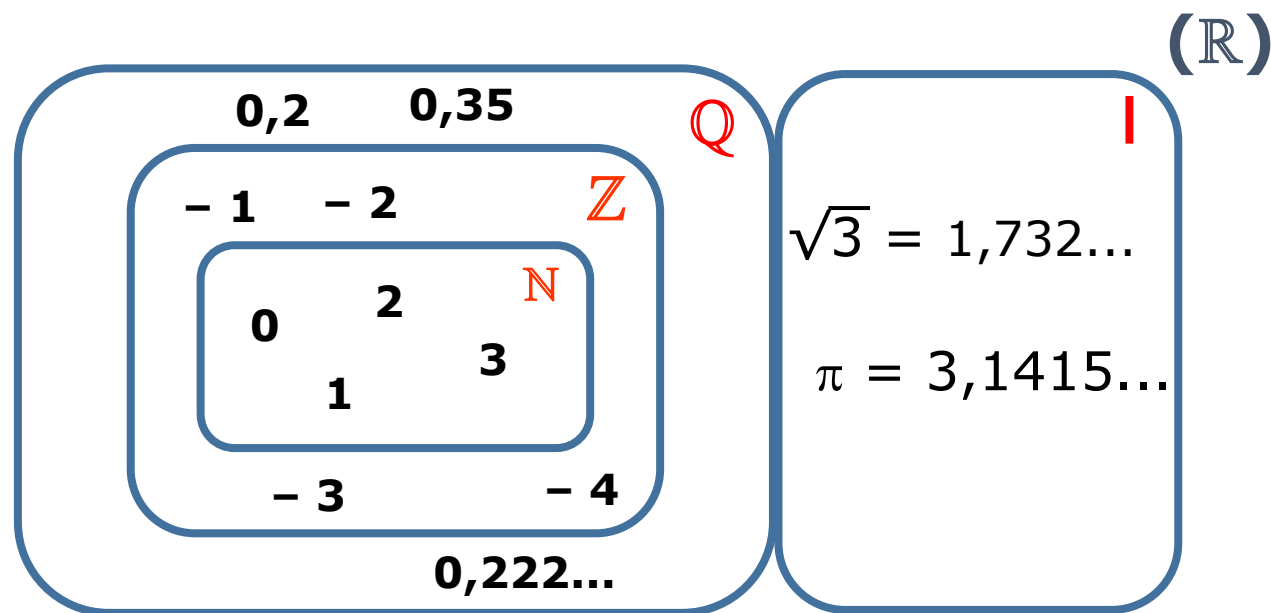
- ✓ Extraíndo a raiz quadrada de 2 nos levará ao número 1,41421356237... que não é racional.



Conjuntos Numéricos

Conjunto dos números reais ($\mathbb{R}$)

- A reunião dos racionais com os irracionais resulta no conjunto dos números reais. Ele é a partir de agora, o nosso universo numérico.



$$\mathbb{R} = \{x/x \text{ é racional ou irracional}\}$$

Conjuntos Numéricos

Os conjuntos numéricos podem vir acompanhados de certos símbolos, que têm a função de excluir, dele, determinados números. Veja:

- O símbolo **asterisco** (*) exclui o zero;
- O símbolo **mais** (+) exclui os negativos;
- O símbolo **menos** (−) exclui os positivos.

Conjuntos Numéricos

Julgue os itens abaixo e assinale o correto:

- a) o produto de dois números irracionais é sempre um número irracional.
- b) a soma de dois números irracionais é sempre um número irracional.
- c) entre os números reais 3 e 4 existe apenas um único número irracional.
- d) 3,14 é um número racional.
- e) a diferença entre dois números inteiros negativos é sempre um número inteiro negativo.

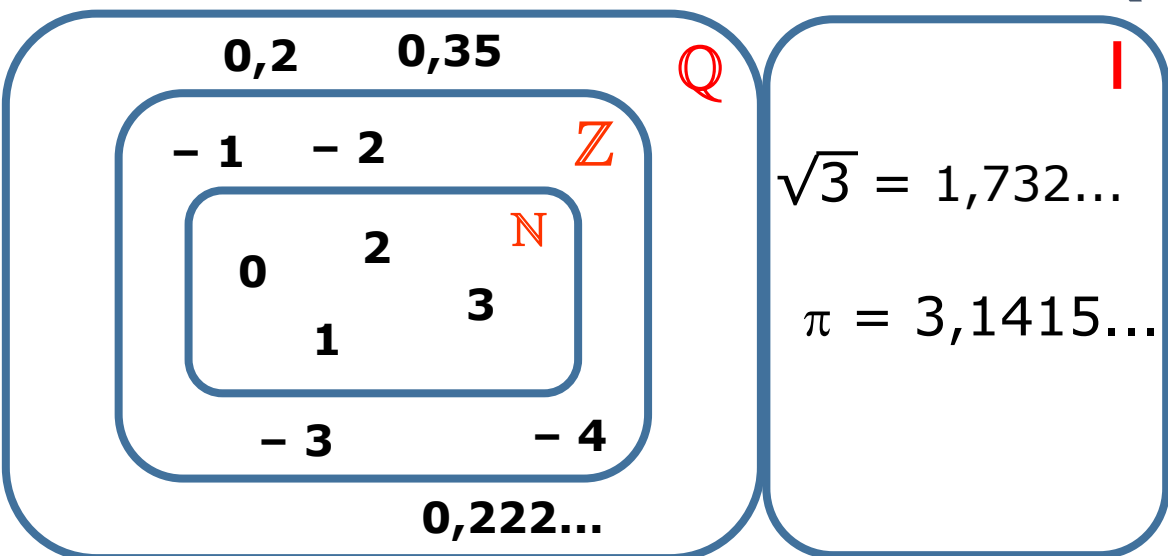
D

Conjuntos Numéricos

Conjunto dos números reais ($\mathbb{R}$)

- ❑ A reunião dos racionais com os irracionais resulta no conjunto dos números reais. Ele é a partir de agora, o nosso universo numérico.

($\mathbb{R}$)



$$\sqrt{3} = 1,732...$$

$$\pi = 3,1415...$$

$$\mathbb{R} = \{x/x \text{ é racional ou irracional}\}$$

(UEPG – PR) Assinale o que for correto.

- 01. O número real representado por 0,5222... é um número racional.
- 02. O quadrado de qualquer número irracional é um número racional.
- 04. Se m e n são números irracionais então $m.n$ pode ser racional.
- 08. O número real $\sqrt{3}$ pode ser considerado um número racional.

05

Apostila pág. 330 – Questão 1

Aritmética Básica

Divisores naturais de um número

Sendo **a**, **b** e **c** números naturais e **a . b = c**, diz-se que **a** e **b** são divisores **c**.

Exemplos:

$$D(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$D(72) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72\}$$

$$D(7) = \{1, 7\}$$

Observações:

- O menor divisor de um número é 1.
- O maior divisor de um número é ele próprio.

Aritmética Básica

Critérios de divisibilidade

Divisibilidade por 2

Um número é divisível por 2 se for par, ou seja terminar em 0, 2, 4, 6, 8.

Exemplos: 28, 402, 5128.

Divisibilidade por 3

Um número é divisível por 3 se a soma dos valores absolutos dos seus algarismos for divisível por 3.

Exemplos: 18, 243, 3126.

Divisibilidade por 4

Um número é divisível por 4 se os dois últimos algarismos forem divisíveis por 4 ou quando o número terminar em 00.

Exemplos: 5716, 8700, 198200.

Divisibilidade por 5

Um número é divisível por 5 se o último algarismo for 0 ou 5.

Exemplos: 235, 4670, 87210.

Divisibilidade por 6

Um número é divisível por 6 se for simultaneamente divisível por 2 e 3.

Exemplos: 24, 288, 8460.

Divisibilidade por 7

Processo prático: Veja o número 4137

1º Passo: separa-se o último algarismo e dobra-se o seu valor.

$$4137 \rightarrow 7 \rightarrow 2 \times 7 = 14$$

2º Passo: subtrai-se o número assim obtido do número que restou após a separação do último algarismo.

$$413 - 14 = 399$$

3º Passo: procede assim até se obter um número múltiplo de 7.

$$399 \rightarrow 9 \rightarrow 2 \times 9 = 18$$

$$39 - 18 = 21$$

$$21 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \times 1 = 2$$

$$2 - 2 = 0$$

Logo 4137 é múltiplo de 7

Aritmética Básica

Critérios de divisibilidade

Divisibilidade por 8

Um número é divisível por 8 se os três últimos algarismos forem divisíveis por 8 ou forem três zeros

Exemplos: 15320, 67000.

Divisibilidade por 9

Um número é divisível por 9 quando a soma dos seus algarismos for um número divisível por 9.

Exemplos: 8316, 35289.

Divisibilidade por 10

Um número é divisível por 10 se o último algarismo for zero.

Exemplos: 5480, 1200, 345160.

Exemplo:

Considere-se o número de 6 algarismos dos quais o algarismo das unidades é n e todos os demais são iguais a 4, ou seja: $44444n$. O valor de n a fim de que este número seja divisível por 6 é:

- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d) 6
- e) 8

C

Apostila pág. 327 – Questão 4

Aritmética Básica

Números Primos

Um número natural p , $p \neq 0$ e $p \neq 1$, é denominado número primo se apresentar apenas dois divisores, 1 e p .

Exemplos: 2, 3, 5, 7, 11, 13,.....

Observação: Um número é denominado composto se não for primo.

Números Primos - Reconhecimento

Para identificá-los procede-se assim:

1º risca-se o número 1, pois ele não é primo;

2º risca-se todos os números pares com exceção do 2, pois todos tem mais de 2 divisores;

3º risca-se todos os números divisíveis por 3, com exceção do 3, pois todos têm mais de 2 divisores;

4º como o 4 já estava riscado pois é divisível por 2, risca-se todos os números divisíveis por 5, com exceção do 5, pois todos têm mais de 2 divisores; E assim por diante.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120

Prime numbers

Aritmética Básica

Números Primos

Um número natural p , $p \neq 0$ e $p \neq 1$, é denominado número primo se apresentar apenas dois divisores, 1 e p .

Exemplos: 2, 3, 5, 7, 11, 13,.....

Observação: Um número é denominado composto se não for primo.

Números Primos - Reconhecimento

Com o conhecimento de alguns números primos (2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ...) procede-se assim:

- Divide-se o número dado pela sucessão dos números primos conhecidos.
- Caso se obtenha o quociente menor ou igual ao divisor antes de se obter nessas divisões o resto nulo, diz-se que o número é primo.

Aritmética Básica

Divisores naturais de um número

Sendo **a**, **b** e **c** números naturais e $a \cdot b = c$, diz-se que **a** e **b** são divisores **c**.

Exemplos:

$$D(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$D(72) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72\}$$

$$D(7) = \{1, 7\}$$

Observações:

- O menor divisor de um número é 1.
- O maior divisor de um número é ele próprio.

Quantidade de divisores naturais de um número

Quantos divisores naturais possui o número 72?

$$72 \mid 2$$

$$36 \mid 2$$

$$18 \mid 2$$

$$9 \mid 3$$

$$3 \mid 3$$

$$1$$

72 possui 12 divisores **naturais**

72 possui 24 divisores **inteiros**

$$72 = 2^3 \cdot 3^2$$

$$\text{Número de divisores naturais} = (\quad + 1) \cdot (\quad + 1) = 12$$

Aritmética Básica

Quantidade de divisores naturais de um número

NÚMERO	QUANTIDADE DE DIVISORES NATURAIS	QUANTIDADE DE DIVISORES INTEIROS
72	12	24
1800	36	72

Divisão Euclidiana

$$\begin{array}{r} a \overline{) b} \\ r \quad q \end{array} \quad 0 \leq r \leq b-1$$
$$a = q.b + r$$

Exemplo:

Dia 20 de julho de 2008 caiu num domingo. Três mil dias após essa data, cairá:

- a) numa quinta feira
- b) numa sexta feira
- c) num sábado
- d) num domingo
- e) numa segunda feira

A

Sistema Decimal

Exemplo:



A representação decimal de certo número inteiro positivo tem dois algarismos. Se o triplo da soma desses algarismos é igual ao próprio número, então o produto dos algarismos é igual a:

- a) 10 b) 12 c) 14 d) 16

C

Apostila pág. 326 – Questão 1

AULA 10

ARITMÉTICA BÁSICA

ASSISTA À AULA



Professor Ricardinho

Matemática – Frente C



M.M.C – aplicação contextual



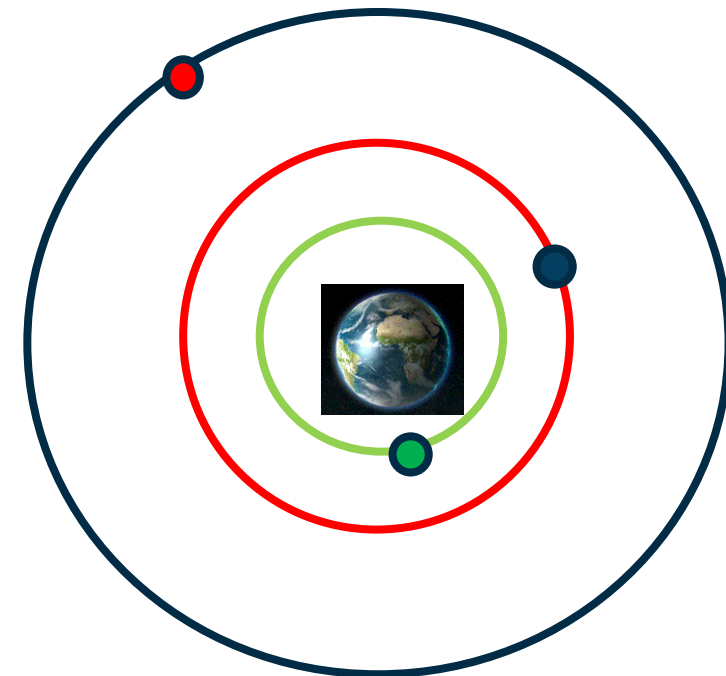
Um país lançou em 02/05/2000 os satélites artificiais A, B e C com as tarefas de fiscalizar o desmatamento em áreas de preservação, as nascentes dos rios e a pesca predatória no Oceano Atlântico. No dia 03/05/2000 podia-se observá-los alinhados, cada um em uma órbita circular diferente, tendo a Terra como centro. Se os satélites **A**, **B** e **C** levam, respectivamente, **6**, **10** e **9** dias para darem uma volta completa em torno da Terra, então o número de dias para o próximo alinhamento é:

Dica

M.M.C

Sincronismo

Encontro



M.D.C – aplicação contextual

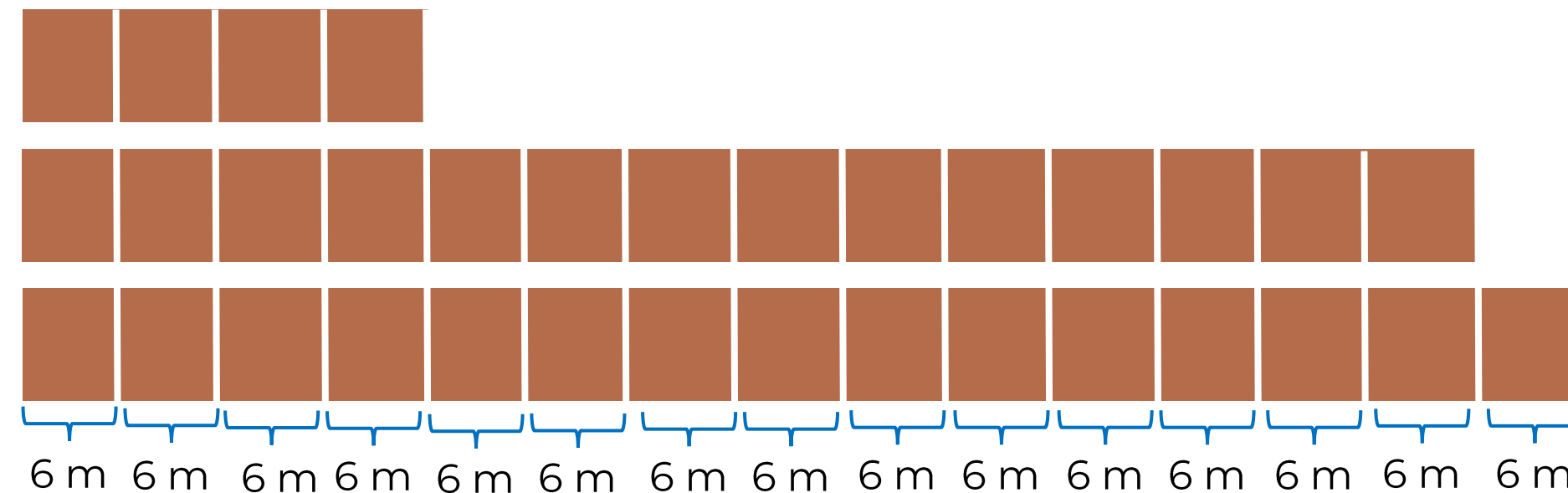
Dica

M.D.C

Ideia de divisão

Partes iguais

Três tábuas medindo respectivamente **24m**, **84m** e **90m** serão cortadas em pedaços iguais e do maior tamanho possível. Então o comprimento de cada tábua é:



24	84	90	2
12	42	45	3
4	14	15	<u>6 m</u>
Quantidade de pedaços			

Aritmética Básica



Números Primos



Um número natural p , $p \neq 0$ e $p \neq 1$, é denominado número primo se apresentar apenas dois divisores, 1 e p .



Exemplos: 2, 3, 5, 7, 11, 13,.....

Observação: Um número é denominado composto se não for primo.

Números	M.M.C	M.D.C
6 e 12	12	6
8 e 24	24	8
x e $2x$	$2x$	x
3 e 5	15	1
15 e 16 Primos entre si	240	1

1) O M.M.C. entre dois números em que o maior é múltiplo do menor é o maior deles.

Exemplo: $M.M.C(8,16) = 16$

2) O M.D.C. entre dois números em que o maior é múltiplo do menor é o menor deles.

Exemplo: $M.D.C(12,24) = 12$



VERDADEIRO OU FALSO

Se $m.m.c. (p,q) = p.q$ então p e q são números primos.

RESPOSTA: FALSO

Aritmética Básica



Quantidade de Divisores



Quantos divisores naturais possui o número 72?

72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$$72 = 2^3 \cdot 3^2$$

$$(\quad + 1) \cdot (\quad + 1) = 12$$

72 possui 12 divisores **naturais**

72 possui 24 divisores **inteiros**



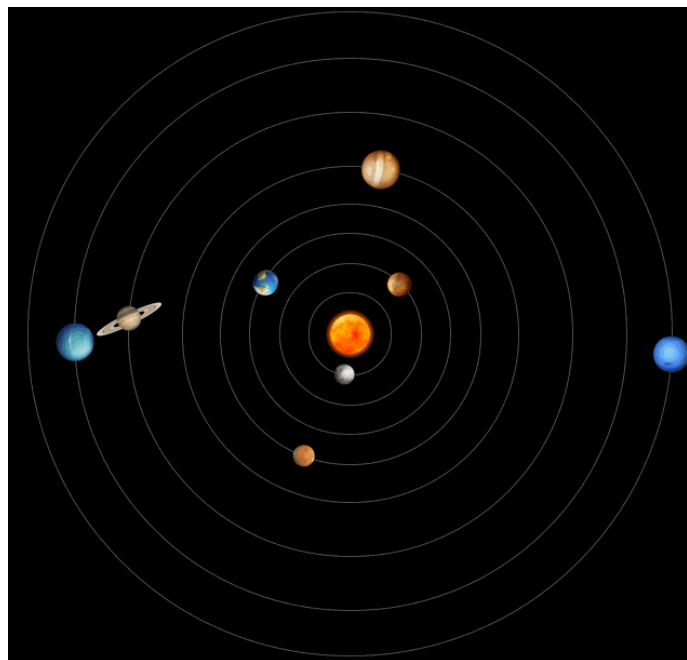
Resumo



M.M.C

Sincronismo

Encontro



M.D.C

Ideia de divisão

Partes iguais



Número de divisores naturais

$$72 = 2^3 \cdot 3^2 = (\quad + 1) \cdot (\quad + 1) = 12$$

AULA 11

PROGRESSÃO ARITMÉTICA

ASSISTA À AULA



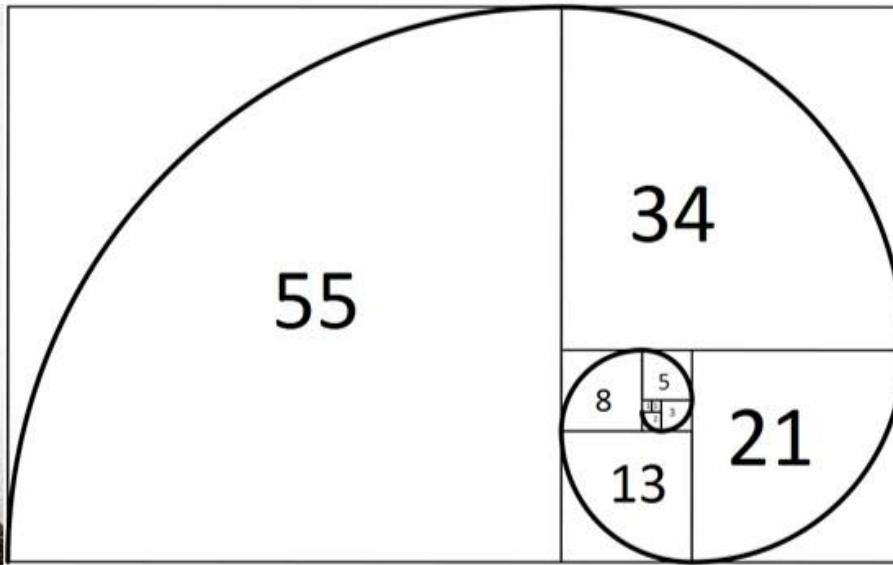
Professor Ricardinho

Matemática – Frente C



Sequências

- a) (2, 5, 8, 11,...) Progressão Aritmética
- b) (2, 4, 8, 16,...) Progressão Geométrica
- c) (1, 3, 6, 10, 15...) Progressão Aritmética de 2ª ordem
- d) (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...) Sequência de Fibonacci



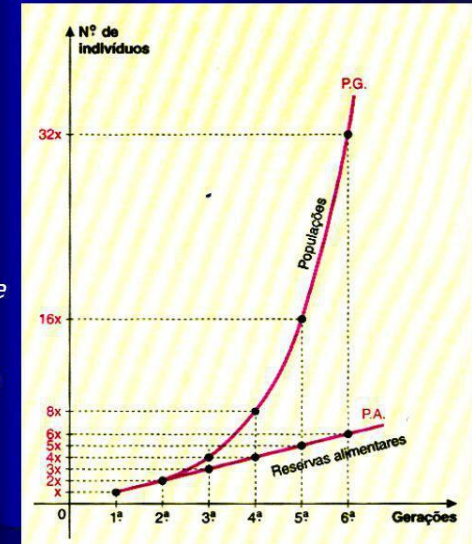
COMPARAÇÃO DOS GRÁFICOS DE P.A. E P.G.



Thomas Malthus

"A produção de alimentos cresce em progressão aritmética enquanto a população cresce em progressão geométrica".

Conclusão: Fome Mundial



$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n,$$

+ +

CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA:

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = r$$

(2, 5, 8,) $r = 5 - 2 = 3$

(10, 6, 2....) $r = 6 - 10 = -4$

(3, 3, 3....) $r = 3 - 3 = 0$

$r > 0 \rightarrow$ P.A. crescente

$r = 0 \rightarrow$ P.A. constante

$r < 0 \rightarrow$ P.A. decrescente

01) A sequência $(19 - 6x, 2 + 4x, 1 + 6x)$ são termos consecutivos de uma P.A. Então o valor de x é:

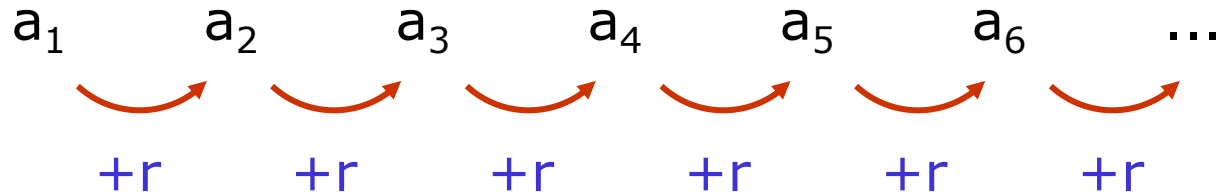
Propriedade da média aritmética

$$\text{P.A.}(a, b, c) \rightarrow b = \frac{a + c}{2}$$

02) Os números que exprimem o lado, a diagonal e a área de um quadrado estão em P.A, nessa ordem. O lado do quadrado mede:

Termo geral da P.A.

- Observe a sequência de termos abaixo.



$$a_2 = a_1 + r$$

$$a_3 = a_1 + 2r$$

$$a_4 = a_1 + 3r$$

$$a_{10} = a_1 + 9r$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)r$$

P. A.

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n,$

CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA:

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = r$$

TERMO GERAL

$$a_2 = a_1 + r$$

$$a_3 = a_1 + 2r$$

$$a_4 = a_1 + 3r$$

$$a_7 = a_1 + 6r$$

$$\vdots$$
$$a_{10} = a_1 + 9r$$

$$a_n = a_1 + (n - 1).r$$

$(a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_{10})$

$$a_{10} = a_4 + 6r$$

$$a_{10} = a_3 + 7r$$

$$a_{10} = a_2 + 8r$$

$$a_{10} = a_1 + 9r$$

Exemplo: Determine o décimo segundo termo da P.A (2, 5, 8,...)

$$a_n = a_1 + (n - 1).r$$

$$a_{12} = a_1 + 11r$$

$$a_{12} = 2 + 11.3$$

$$a_{12} = 35$$



DE OLHO NO VESTIBULAR



P. A.

$a_1, a_2, a_3, \dots a_n,$

CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA:

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = r$$

TERMO GERAL

$$a_2 = a_1 + r$$

$$a_3 = a_1 + 2r$$

$$a_4 = a_1 + 3r$$

$$a_7 = a_1 + 6r$$

$\vdots$

$$a_{10} = a_1 + 9r$$

$$a_n = a_1 + (n - 1).r$$



UFSC

VERDADEIRO OU FALSO

(V) Existem 64 múltiplos de 7 entre 50 e 500.

(v) O vigésimo termo da progressão aritmética $(x, x + 10, x^2, \dots)$ com $x < 0$ é 186.

P. A.

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n,$

CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA:

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = r$$

TERMO GERAL

$$a_2 = a_1 + r$$

$$a_3 = a_1 + 2r$$

$$a_4 = a_1 + 3r$$

$$a_7 = a_1 + 6r$$

$$\vdots$$
$$a_{10} = a_1 + 9r$$

$$a_n = a_1 + (n - 1).r$$

REPRESENTAÇÕES ESPECIAIS

3 Termos em P.A. $x - r, x, x + r$

5 Termos em P.A. $x - 2r, x - r, x, x + r, x + 2r$

Numa progressão aritmética crescente de 3 termos a soma deles é 15 e o produto é 105. Dessa forma, o maior termo dessa sequência é:

$$(x - r, x, x + r)$$

$$x - \cancel{r} + x + x + \cancel{r} = 15$$

$$3x = 15$$

$$x = 5$$

$$(x - r).x(x + r) = 105$$

$$(5 - r).\cancel{5}(5 + r) = \cancel{105}$$

$$(5 - r).(5 + r) = 21$$

$$25 - r^2 = 21$$

$$r = 2 \text{ ou } r = -2$$

$$\text{MAIOR TERMO: } x + r = 5 + 2 = 7$$

P. A.

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n,$

CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA:

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = r$$

$$a_2 = a_1 + r$$

~~TERMO GERAL~~
 $a_3 = a_1 + 2r$

$$a_4 = a_1 + 3r$$

$$a_7 = a_1 + 6r$$

$$\vdots$$
$$a_{10} = a_1 + 9r$$

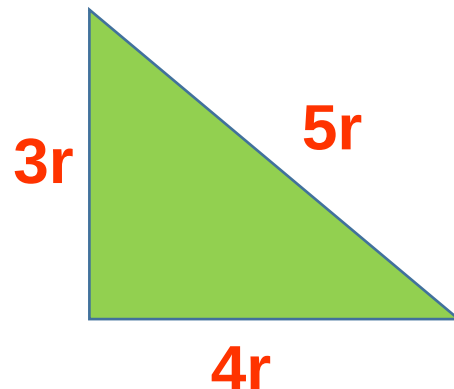
$$a_n = a_1 + (n - 1).r$$

REPRESENTAÇÕES ESPECIAIS

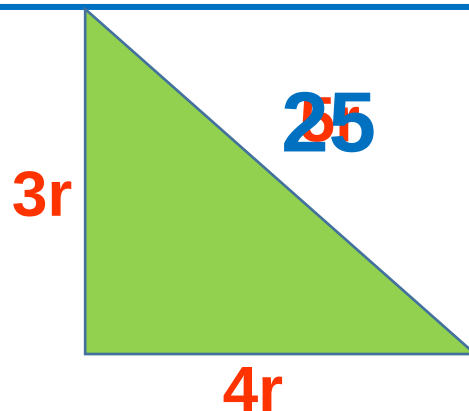
3 Termos em P.A. $x - r, x, x + r$

5 Termos em P.A. $x - 2r, x - r, x, x + r, x + 2r$

TRIÂNGULO RETÂNGULO - LADOS EM P.A.



Exemplo: O perímetro de um triângulo retângulo mede 60m e as medidas de seus lados estão em P.A. Determine o valor da hipotenusa.



$$3r + 4r + 5r = 60$$

$$12r = 60$$

$$r = 5$$



P. A.

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n,$

CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA:

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = r$$

TERMO GERAL

$$a_2 = a_1 + r$$

$$a_3 = a_1 + 2r$$

$$a_4 = a_1 + 3r$$

$$a_7 = a_1 + 6r$$

$\vdots$

$$a_{10} = a_1 + 9r$$

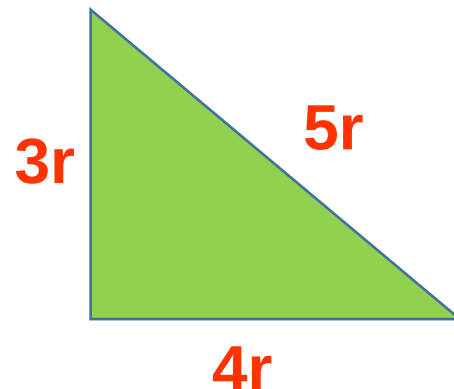
$$a_n = a_1 + (n - 1).r$$

REPRESENTAÇÕES ESPECIAIS

3 Termos em P.A. $x - r, x, x + r$

5 Termos em P.A. $x - 2r, x - r, x, x + r, x + 2r$

TRIÂNGULO RETÂNGULO - LADOS EM P.A.



O perímetro de um triângulo retângulo mede 6m e as medidas de seus lados estão em P.A. A área desse triângulo é:

Resposta: 1,5

✓ Propriedade

$$11 = \frac{8 + 14}{2}$$

$$11 = \frac{5 + 17}{2}$$

(2 , 5 , 8 , 11 , 14 , 17 , 20)

$$8 + 14 = 22$$

$$5 + 17 = 22$$

$$2 + 20 = 22$$

P. A.

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n,$

CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA:

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = r$$

TERMO GERAL

$$a_2 = a_1 + r$$

$$a_3 = a_1 + 2r$$

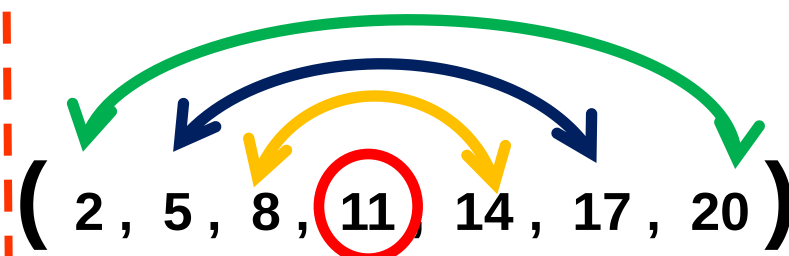
$$a_4 = a_1 + 3r$$

$$a_7 = a_1 + 6r$$

$\vdots$

$$a_{10} = a_1 + 9r$$

$$a_n = a_1 + (n - 1).r$$



$$8 + 14 = 22$$

$$5 + 17 = 22$$

$$2 + 20 = 22$$

$$11 = \frac{8 + 14}{2}$$

REPRESENTAÇÕES ESPECIAIS

3 Termos em P.A. $x - r, x, x + r$

TRIÂNGULO RETÂNGULO - LADOS EM P.A.

