AULA 01

FUNÇÃO EXPONENCIAL

1. Definição:

A função $f:\Re \to \Re_+^*$, definida por $y = f(x) = a^x$, com $0 < a \neq 1$, é denomidada função exponencial de base **a**.

$\boxed{y = f(x) = a^x}$

São exemplos de funções exponenciais:

a) $f(x) = 5^x$

b) $g(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

c) $h(x) = (0{,}2)^x$

A imposição feita em relação a base **a** se deve aos seguintes casos. Acompanhe:

a) Na função $f(x) = a^x$ considere $a = -2$ e $x = \frac{1}{2}$.

$$\text{Então } f\left(\frac{1}{2}\right) = (-2)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{-2} \notin \Re$$

b) Na função $f(x) = a^x$ considere $a = 0$ e $x = -2$.

$$\text{Então } f(-2) = 0^{-2} = \frac{1}{0^2} = \frac{1}{0}$$

c) Na função $f(x) = a^x$ considere $a = 1$.

Então $f(x) = (1)^x = 1$. A função f(x) = 1^x é uma função constante e não uma função exponencial.

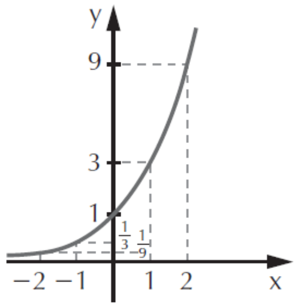
2. Gráfico:

Para termos uma noção do gráfico da função exponencial $y = f(x) = a^x$ vamos obter alguns de seus pontos, atribuindo valores convenientes para x e tomando os resultados em y.

Vamos analisar dois casos abaixo. O primeiro com a base **a** maior do que 1 (a > 1) e no segundo com a base **a** situada entre 0 e 1 (0 < a < 1).

1) $f:\Re \to \Re_+^*$ definida por $f(x) = 3^x$

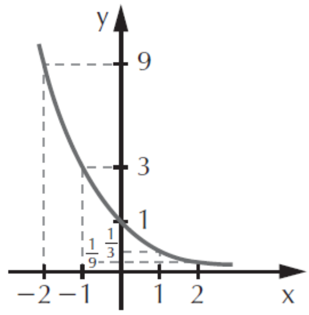
x	$y = 3^x$
−2	1/9
−1	1/3
0	1
1	3
2	9
3	27



Note que à medida que x cresce, y também cresce, ou seja, $f(x) = 3^x$ é uma função crescente.

2) $f:\Re \to \Re_+^*$ definida por $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

x	$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$
−2	9
−1	3
0	1
1	1/3
2	1/9



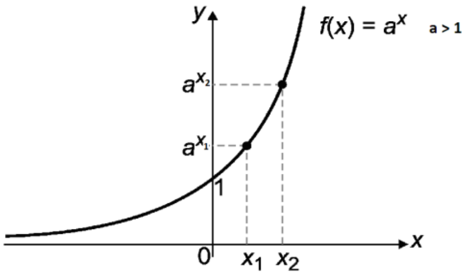
Note que à medida que x cresce, y decresce, ou seja, $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ é uma função decrescente.

Observando os exemplos acima em relação à funções da forma $f:\Re \to \Re_+^*$, definida por $y = f(x) = a^x$ podemos concluir:

1) O gráfico da função exponencial $f(x) = a^x$ está situado todo acima do eixo x, pois $a^x > 0$ para todo x real.

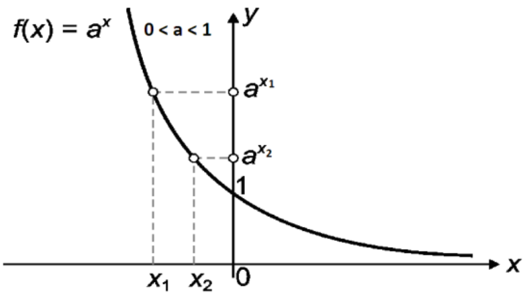
2) A curva que representa a função $f(x) = a^x$ intercepta o eixo das ordenadas no ponto $(0;1)$.

3) Para $a > 1$ a função $f(x) = a^x$ é crescente e para $0 < a < 1$ a função $f(x) = a^x$ é decrescente.



$$\boxed{a^{x_1} < a^{x_2} \Rightarrow x_1 < x_2}$$

- Quando as bases estão compreendidas entre 0 e 1 (0 < a < 1), a relação de desigualdade se inverte.



$$\boxed{a^{x_1} > a^{x_2} \Rightarrow x_1 < x_2}$$

4) A função exponencial $y = f(x) = a^x$ é injetora pois valores distintos do domínio geram imagens distintas. Então: $a^x = a^y \Leftrightarrow x = y$.

5) $f : \Re \to \Re_+^*$, definida por $y = f(x) = a^x$ é sobrejetora pois o contradomínio e o a imagem da função são ambos, iguais $CD(f) = Im(f) = \Re_+^*$. Logo, a função $f : \Re \to \Re_+^*$, definida por $y = f(x) = a^x$ é bijetora e com isso admite inversa.

Exercícios

01) Dentre as funções exponenciais seguintes, identifique as que são crescentes e as que são decrescentes.

a) $f(x) = 6^x$

b) $f(x) = \left(\frac{1}{6}\right)^x + 3$

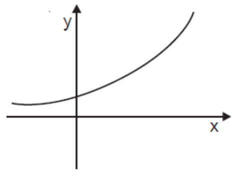
c) $f(x) = \pi^x + 3$

d) $f(x) = \left(\frac{2}{5}\right)^{-x}$

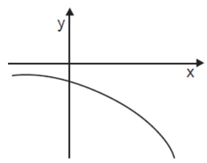
e) $f(x) = (0,3)^x$

02) (PUC – RS) A função exponencial é usada para representar as frequências das notas musicais. Dentre os gráficos abaixo, o que melhor representa a função f(x) = $3^x + 1$ é:

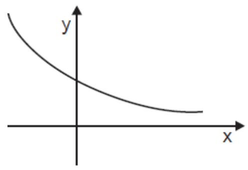
a)



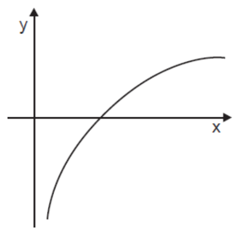
b)



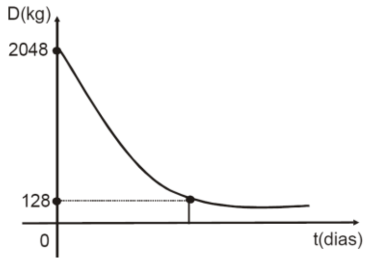
c)



d)



03) (ACAFE – SC) Num tanque biodigestor, os dejetos suínos sob a presença de determinadas bactérias se decompõem segundo a lei $D(t) = K.2^{\frac{-1t}{4}}$, na qual K é uma constante, t indica o tempo (em dias) e D(t) indica a quantidade de dejetos (em quilogramas) no instante **t**. Considerando-se os dados desse processo de decomposição mostrados no gráfico abaixo, a quantidade de dejetos estará reduzida a 128 kg depois de:



a) 16 dias
b) 12 dias
c) 4 dias
d) 20 dias
e) 8 dias

04) (UEL – PR) A função real definida por $f(x) = a^x$, com $a > 0$ e $a \neq 1$:

a) só assume valores positivos
b) assume valores positivos somente se x > 0
c) assume valores negativos para x < 0
d) é crescente para 0 < a < 1
e) é decrescente para a > 1

05) Dadas $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$ e as proposições:

I) f(x) é crescente
II) f(x) é decrescente
III) f(3) = 8
IV) o gráfico de f(x) passa pelo ponto (0,1)

podemos afirmar que:

a) todas as proposições são verdadeiras
b) somente II é falsa
c) todas são falsas
d) II e III são falsas
e) somente III e IV são verdadeiras

06) (UFPR – PR) Um grupo de cientistas decidiu utilizar o seguinte modelo logístico, bastante conhecido por matemáticos e biólogos, para estimar o número de pássaros, P(t), de determinada espécie numa área de proteção ambiental: $P(t) = \frac{500}{1 + 2^{2-t}}$ sendo t o tempo em anos e t = 0 o momento em que o estudo foi iniciado.

a) Em quanto tempo a população chegará a 400 indivíduos?

b) À medida que o tempo t aumenta, o número de pássaros dessa espécie se aproxima de qual valor?

07) (UFRGS – RS) A função f, definida por $f(x) = 4^{-x} - 2$, intercepta o eixo das abscissas em

a) -2.
b) -1.
c) $-\frac{1}{2}$.
d) 0.
e) $\frac{1}{2}$.

08) (UFPR – PR) Suponha que o número P de indivíduos de uma população, em função do tempo t, possa ser descrito de maneira aproximada pela expressão $P = \frac{3600}{9 + 3.4^{-t}}$

Sobre essa expressão, considere as seguintes afirmativas:

1. No instante inicial, t = 0, a população é de 360 indivíduos.
2. Com o passar do tempo, o valor de P aumenta.
3. Conforme t aumenta, a população se aproxima de 400 indivíduos.

Assinale a alternativa correta.

a) Somente as afirmativas 1 e 2 são verdadeiras.
b) Somente as afirmativas 1 e 3 são verdadeiras.
c) Somente as afirmativas 2 e 3 são verdadeiras.
d) Somente a afirmativa 1 é verdadeira.
e) As afirmativas 1, 2 e 3 são verdadeiras.

09) (ACAFE – SC) A população de pássaros de uma localidade está diminuindo devido à construção de um empreendimento imobiliário naquela região. A lei $P(t) = 3125 - 125.5^{t-1}$ fornece uma estimativa para o número de pássaros P(t) que permaneceram no local depois de t semanas do início das obras. Sobre essa situação, analise as afirmações a seguir.

(I) P(t) representa uma função exponencial crescente, pois a base é positiva (igual a 5) e diferente de 1.

(II) Se a obra continuar, em menos de um mês toda a população de pássaros terá se evadido da localidade.
(III) Na primeira semana após o início da obra 3000 pássaros deixaram o local.
(IV) Estima-se que antes do início das obras viviam na região 3100 pássaros.

Todas as afirmações corretas estão em:

a) I, II, III
b) II, IV
c) II, III, IV
d) III, IV

10) (ACAFE – SC) A Curva de Aprendizagem é um conceito criado por psicólogos que constataram a relação existente entre a eficiência de um indivíduo e a quantidade de treinamento ou experiência possuída por este indivíduo. Um exemplo de Curva de Aprendizagem é dado pela expressão $Q = 1512 - 2^{-0,5t+16}$ em que:

Q = quantidade de peças produzidas mensalmente por um funcionário.
T = meses de experiência.

Em quantos meses um funcionário produzirá 1000 peças mensalmente?

a) 14 meses
b) 12 meses
c) 16 meses
d) 13 meses

GABARITO – AULA 01

1) a) C	b) D	c) C	d) C	e) D
2) a	**3)** a	**4)** a	**5)** b	
6) a) 4 anos b) 500				
7) c	**8)** c	**9)** b	**10)** a	

AULA 02

EQUAÇÃO E INEQUAÇÃO EXPONENCIAL

1. Equação Exponencial

Considere a equação $3^x = 9$. Nela a variável aparece como expoente. Uma equação em que isso ocorre é denominada equação exponencial.

Definição:

Chama-se equação exponencial toda equação que pode ser reduzida a forma $a^x = b$, com $0 < a \neq 1$.

Exemplos: a) $2^{x+1} = 16$ b) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 27$

Para resolver tais equações de um modo geral é necessário transformar a equação dada em igualdade de potência de mesma base.

$$\boxed{a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)}$$

A igualdade acima é verdadeira pois a função exponencial é injetora como vimos na última aula.
Antes de apresentarmos uma série de exercícios resolvidos, vamos reforçar nossos conhecimentos sobre potenciação e radiciação.

Potenciação

$$a^m = \underbrace{a.a.a.....a}_{\text{m fatores}}$$

$\boxed{a^0 = 1 \text{ para } a \neq 0}$ $\boxed{a^1 = a}$ $\boxed{a^{-m} = \frac{1}{a^m}}$

Se ***a*** e ***b*** são números reais e ***m*** e ***n***, números inteiros, tem-se:

$$\boxed{a^m . a^n = a^{m+n}}$$

$$\boxed{\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}} \text{ com } a \neq 0$$

$$\boxed{(a^m)^n = a^{m.n}}$$

$$\boxed{a^n . b^n = (a.b)^n}$$

$$\boxed{\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n}$$

Radiciação

$$\boxed{\sqrt[n]{a} = b \leftrightarrow b^n = a}$$

Obedecidas as condições de existência das raízes, valem as seguintes propriedades:

$$\boxed{\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a.b}}$$

$$\boxed{\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}}$$

$$\boxed{\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}}$$

$$\boxed{\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}}$$

Exercícios Resolvidos

1) Resolver a equação $2^{x+1} = 16$

Resolução:

Transformando a equação dada em igualdade de mesma base temos:

$$2^{x+1} = 16 \Rightarrow 2^{x+1} = 2^4 \Rightarrow x+1 = 4 \Rightarrow x = 3$$

Portanto, o conjunto solução é S = {3}

2) Resolver a equação $2^{2x+3} = 0,25$

Resolução:

Transformando a equação dada em igualdade de mesma base temos:

$$2^{2x+3} = 0,25 \Rightarrow 2^{2x+3} = \frac{1}{4} \Rightarrow 2^{2x+3} = 2^{-2} \Rightarrow 2x+3 = -2$$

$$\Rightarrow x = -\frac{5}{2}$$

Portanto, o conjunto solução é S = $\left\{-\frac{5}{2}\right\}$

Em algumas equações exponenciais é conveniente o uso de uma variável auxiliar, pois por vezes não é possível de imediato, obter igualdade de bases iguais.

1) Resolver a equação $5^x + 5^{x+1} = 30$

Resolução:

Podemos escrever a equação da seguinte forma:

$$5^x + 5^x.5^1 = 30 \quad \text{Fazendo } 5^x = y \text{, temos:}$$
$$y + y.5 = 30$$
$$6y = 30 \Rightarrow y = 5$$
$$\text{Mas } 5^x = y; \text{ então:}$$
$$5^x = 5 \Rightarrow x = 1$$

Portanto, o conjunto solução é S = $\{1\}$

2) Resolver a equação $3^{2x} - 4.3^x + 3 = 0$

Resolução:

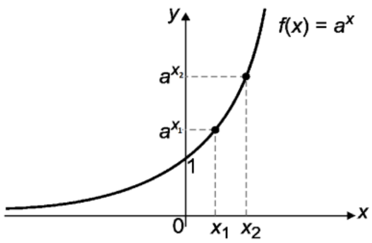
$$3^{2x} - 4.3^x + 3 = 0 \quad \text{Fazendo } 3^x = y \text{, temos:}$$
$$y^2 - 4y + 3 = 0$$
$$y_1 = 3 \text{ ou } y_2 = 1$$
$$\text{Mas } 3^x = y; \text{ então:}$$
$$3^x = 3 \Rightarrow x = 1 \text{ ou}$$
$$3^x = 1 \Rightarrow x = 0$$

Portanto, o conjunto solução é S = $\{0,1\}$

2. Inequação Exponencial

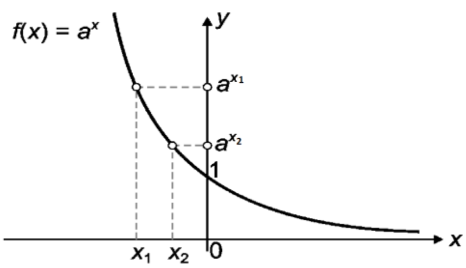
Para resolvermos uma inequação exponencial, devemos respeitar as seguintes propriedades:

- Quando as bases são maiores que 1 (a > 1), a relação de desigualdade se mantém.



$$\boxed{a^{x_1} < a^{x_2} \Rightarrow x_1 < x_2}$$

- Quando as bases estão compreendidas entre 0 e 1 (0 < a < 1), a relação de desigualdade se inverte.



$$\boxed{a^{x_1} > a^{x_2} \Rightarrow x_1 < x_2}$$

Exercícios Resolvidos

1) Resolver a inequação: $3^{2x} > \frac{1}{81}$

Resolução:

Reduzindo os membros da desigualdade à base 3, vem:

$3^{2x} > 3^{-4}$

Como a base é maior que 1 (a > 1) a desigualdade se mantém:

$3^{2x} > 3^{-4} \Rightarrow 2x > -4 \Rightarrow x > -2$
$S = \{x \in \Re \,/\, x > -2\}$

2) Resolver a inequação: $(0,1)^{5x-2} > (0,1)^{4x+6}$

Resolução:

Como a base está entre 0 e 1 (0 < a < 1) a desigualdade se inverte.

$(0,1)^{5x-2} > (0,1)^{4x+6} \Rightarrow 5x-2 < 4x+6 \Rightarrow x < 8$
$S = \{x \in \Re \,/\, x < 8\}$

Exercícios

01) (UFSC) Dado o sistema $\begin{cases} 7^{2x+y} = 1 \\ 5^{\frac{x}{2}+y} = 25 \end{cases}$, o valor de $\left(\frac{y}{x}\right)^4$ é:

02) (UFSC – SC) O valor de x, que satisfaz a equação $2^{2x+1} - 3.2^{x+2} = 32$, é:

03) Se x é solução da equação $3^{4x-1} + 9^x = 6$, então x é igual a: (dica: faça $3^{2x} = y$)

a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
b) $\frac{1}{4}$
c) $\frac{1}{2}$
d) 1
e) 27

04) Resolva, em R, as equações a seguir:

a) $2^x = 128$

b) $2^x = \frac{1}{16}$

c) $3^{x-1} + 3^{x+1} = 90$

d) $25.3^x = 15^x$ é:

e) $2^{2x} - 2^{x+1} + 1 = 0$

f) $5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = 775$

05) (PUC – RJ) A equação $2^{x^2-14} = \dfrac{1}{1024}$ tem duas soluções reais. A soma das duas soluções é:

a) – 5
b) 0
c) 2
d) 14
e) 1024

06) (CEFET – MG) O produto das raízes da equação exponencial $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$ é igual a

a) –2.
b) –1.
c) 0.
d) 1.

07) Resolva, em R, as inequações a seguir:

a) $2^{2x-1} > 2^{x+1}$
b) $0{,}1)^{5x-1} < (0{,}1)^{2x+8}$
c) $\left(\dfrac{7}{4}\right)^{x^2-1} < \left(\dfrac{7}{4}\right)^{3}$

08) (ACAFE – SC) O conjunto S é formado pela solução da inequação dada a seguir, com $x \in Z$.

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{x(x+5)} - \left(\frac{1}{25}\right)^{x+2} \geq 0$$

O número de conjuntos de 3 elementos cada um, que podemos formar com os elementos obtidos em S é igual a:

a) 10
b) 120
c) 64
d) 20

09) (UFSC – SC) A afirmação seguinte está correta?
Os valores reais de *x* que satisfazem a equação $4^x + 4 = 5 \,.\, 2^x$ pertencem ao intervalo *(2, 4]*.

10) (PUC – SP) O conjunto verdade da equação $3.9^x - 26.3^x - 9 = 0$, é:

GABARITO – AULA 02

1) 16 **2)** 03 **3)** c **8)** a) 7 b) – 4 c) 3 d) 02 e) 00 f) 03
5) b **6)** b
7) a) S = { x∈ R| x > 2 } b) S = { x∈ R| x > 3 } c) S = { x∈ R| - 2 < x < 2 }
8) d
9) NÃO **10)** 02

AULA 03
LOGARITMOS (I)

1. Definição

Dado um número a, positivo e diferente de um, e um número b positivo, chama-se logaritmo de b na base a ao real x tal que $a^x = b$.
(a > 0 e a ≠ 1 e b > 0)

$$\boxed{\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b}$$

Em $\log_a b = x$ temos que:

a é a base do logaritmo
b é o logaritmando ou antilogaritmo
x é o logaritmo

Observe que a base muda de membro e carrega x como expoente.
Acompanhe abaixo uma série de exercícios resolvidos.

Exercícios Resolvidos:

1) $\log_6 216 = x \Rightarrow 216 = 6^x \Rightarrow 6^3 = 6^x \Rightarrow x = 3$

2) $\log_5 3125 = x \Rightarrow 3125 = 5^x \Rightarrow 5^5 = 5^x \Rightarrow x = 5$

3) $\log_4 32 = x \Rightarrow 4^x = 32 \Rightarrow 2^{2x} = 2^5 \Rightarrow x = \dfrac{5}{2}$

4) $\log_{0,25} \sqrt[3]{128} = x \Rightarrow (0{,}25)^x = \sqrt[3]{128} \Rightarrow \left(\dfrac{1}{4}\right)^x = \sqrt[3]{2^7}$

$(2^{-2})^x = 2^{\frac{7}{3}} \Rightarrow 2^{-2x} = 2^{\frac{7}{3}} \Rightarrow x = -\dfrac{7}{6}$

Abaixo seguem dois dos principais sistemas de logaritmos.

Sistemas de Logaritmos Decimais:

É o sistema de base 10, também chamado sistema de logaritmos comuns ou vulgares ou de Briggs (Henry Briggs, matemático inglês (1561-1630)). Quando a base é 10 costuma-se omitir a base na sua representação.

Sistemas de Logaritmos Neperianos

É o sistema de base e (e = 2, 718...), também chamado de sistema de logaritmos naturais. O nome neperiano deve-se a J. Neper (1550-1617).

2. Condição de Existência

Para que os logaritmos existam é necessário que em: $\log_a b$ tenha-se:

$$\begin{cases} \text{logaritmando positivo} \\ \text{base positiva} \\ \text{base diferente de 1} \end{cases} \quad \text{Em resumo: } \begin{cases} b > 0 \\ a > 0 \text{ e } a \neq 1 \end{cases}$$

Exemplo: Determinar para que valores de x o logaritmo abaixo existe.

$\log_{(2-x)}(2x+6)$.

Resolução: De acordo com a condição de existência do logaritmo, devemos ter:

$$2x + 6 > 0 \Rightarrow \boxed{x > -3}$$
$$2 - x > 0 \Rightarrow \boxed{x < 2}$$
$$2 - x \neq 1 \Rightarrow \boxed{x \neq 1}$$

Fazendo a intersecção dos resultados obtidos, temos que $-3 < x < 2$ e $x \neq 1$.

3. Consequências da Definição

Observe os exemplos:

1) $\log_2 1 = x \Rightarrow 1 = 2^x \Rightarrow 2^0 = 2^x \Rightarrow x = 0$
2) $\log_3 1 = x \Rightarrow 1 = 3^x \Rightarrow 3^0 = 3^x \Rightarrow x = 0$
3) $\log_6 1 = x \Rightarrow 1 = 6^x \Rightarrow 6^0 = 6^x \Rightarrow x = 0$

$\boxed{\log_a 1 = 0}$ pois: $a^0 = 1$

4) $\log_2 2 = x \Rightarrow 2 = 2^x \Rightarrow 2^1 = 2^x \Rightarrow x = 1$
5) $\log_5 5 = x \Rightarrow 5 = 5^x \Rightarrow 5^1 = 5^x \Rightarrow x = 1$

$\boxed{\log_a a = 1}$ pois: $a^1 = a$

6) $\log_2 2^3 = x \Rightarrow 2^3 = 2^x \Rightarrow x = 3$
7) $\log_5 5^2 = x \Rightarrow 5^2 = 5^x \Rightarrow x = 2$

$\boxed{\log_a a^m = m}$ pois: $a^m = a^m$

8) $2^{\log_2 4} = x \Rightarrow 2^2 = x \Rightarrow x = 4$
9) $3^{\log_3 9} = x \Rightarrow 3^2 = x \Rightarrow x = 9$

$\boxed{a^{\log_a b} = b}$

Fazendo $\log_a b = x$, temos: $b = a^x$

Então, em: $a^{\log_a b} = b$, temos $a^x = b$

Exercícios

01) Determine o valor dos logaritmos abaixo:

a) $\log_2 512$
b) $\log_{0,25} 0,25$
c) $\log_7 1$
d) $\log_{0,25} \sqrt[13]{128}$
e) $\log_3 27$
f) $\log_{27} 3$
g) $\log_4 8$
h) $\log_8 4$

02) A expressão $\log_{\frac{1}{3}} 81 + \log 0,001 + \log \sqrt[3]{10}$ vale:

a) $-\frac{4}{3}$
b) $\frac{4}{3}$
c) $-\frac{20}{3}$
d) $-\frac{21}{3}$
e) $-\frac{19}{3}$

03) Calculando o valor de $\log_{0,2} 5$ obtemos:

a) 1
b) -1
c) 0
d) $-\frac{1}{2}$
e) 2

04) (UDESC – SC) Se $\log_3 (x - y) = 5$ e $\log_5 (x + y) = 3$, então $\log_2(3x - 8y)$ é igual a:

a) 9
b) $4 + \log_2 5$
c) 8
d) $2 + \log_2 10$
e) 10

05) (UDESC - SC) Sabendo que $\log_3(7x - 1) = 3$ e que $\log_2(y^3 + 3) = 7$, pode-se afirmar que $\log_y(x^2 + 9)$ é igual a:

a) 6
b) 2
c) 4
d) – 2
e) – 4

06) (UDESC – SC) Sejam *a* e *b* números naturais para os quais $\log_{(a+1)}(b + 2a) = 2$ e $1 + \log_a(b - 1) = a$. Então $\log_{3a}(3b - a)$ é igual a:

a) $-\frac{2}{3}$

b) $\frac{2}{3}$

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{1}{3}$

e) $\frac{3}{2}$

07) (ENEM) A Escala de Magnitude de Momento (abreviada como MMS e denotada como M_W), introduzida em 1979 por Thomas Haks e Hiroo Kanamori, substituiu a Escala de Richter para medir a magnitude dos terremotos em termos de energia liberada. Menos conhecida pelo público, a MMS é, no entanto, a escala usada para estimar as magnitudes de todos os grandes terremotos da atualidade. Assim como a escala Richter, a MMS é uma escala logarítmica. M_W e M_0 se relacionam pela fórmula:

$$M_w = -10{,}7 + \frac{2}{3}\log_{10}(M_o)$$

Onde M0 é o momento sísmico (usualmente estimado a partir dos registros de movimento da superfície, através dos sismogramas), cuja unidade é o dina·cm. O terremoto de Kobe, acontecido no dia 17 de janeiro de 1995, foi um dos terremotos que causaram maior impacto no Japão e na comunidade científica internacional. Teve magnitude $M_W = 7{,}3$.
Mostrando que é possível determinar a medida por meio de conhecimentos matemáticos, qual foi o momento sísmico M_0 do terremoto de Kobe (em dina.cm)?

a) $10^{-5,10}$
b) $10^{-0,73}$
c) $10^{12,00}$
d) $10^{21,65}$
e) $10^{27,00}$

08) (UFPR – PR) Para se calcular a intensidade luminosa L, medida em lumens, a uma profundidade de x centímetros num determinado lago, utiliza-se a lei de Beer-Lambert, dada pela seguinte fórmula:

$$\log\left(\frac{L}{15}\right) = -0{,}08x$$

Qual a intensidade luminosa L a uma profundidade de 12,5 cm?

a) 150 lumens.
b) 15 lumens.
c) 10 lumens.
d) 1,5 lumens.
e) 1 lúmen.

GABARITO – AULA 03

1) a) 9 b) 1 c) 0 d) -7/26 e) 3 f) 1/3 g) 3/2 h) 2/3
2) c **3)** b **4)** e **5)** b **6)** e **7)** e **8)** e

AULA 4
LOGARITMOS (II)

Nessa aula estudaremos ass propriedades dos logaritmos, denominadas propriedades operatórias que serão muito utilizadas nos cálculos que faremos adiante.

Para $B > 0, C > 0 \text{ e } 0 < A \neq 1$ valem as seguintes propriedades:

1. Logaritmo do Produto

O logaritmo do produto é igual a soma dos logaritmos dos fatores.

$$\boxed{\log_A (B.C) = \log_A B + \log_A C}$$

Exemplos:

a) $\log_2 (3.5) = \log_2 3 + \log_2 5$

b) $\log_7 (6.9) = \log_7 6 + \log_7 9$

2. Logaritmo do Quociente

O logaritmo do quociente é o logaritmo do dividendo menos o logaritmo do divisor.

$$\boxed{\log_A \left(\frac{B}{C}\right) = \log_A B - \log_A C}$$

Exemplos:

a) $\log_2 \left(\frac{7}{3}\right) = \log_2 7 - \log_2 3$

b) $\log_{10} \left(\frac{13}{2}\right) = \log_{10} 13 - \log_{10} 2$

3. Logaritmo da Potência

O logaritmo da potência é igual ao produto do expoente pelo logaritmo da base da potência.

$$\boxed{\log_A \left(B^c\right) = c.\log_A B}$$

Exemplos:

a) $\log_3 (5^2) = 2\log_3 5$

b) $\log_7 (2^3) = 3\log_7 2$

Caso Particular $\boxed{\log_A \sqrt[c]{B} = \log_A B^{\frac{1}{c}} = \frac{1}{c}.\log_A B}$

Demonstração da Primeira Propriedade

$\log_A (B.C) = z \to B.C = A^z$ (I)

$\log_A B = x \to B = A^x$ (II)

$\log_A C = y \to C = A^y$ (III)

Substituindo (II) e (III) em (I), vem:

$B.C = A^z$

$A^x.A^y = A^z$

$A^{x+y} = A^z \to z = x + y;$ logo:

$$\log_A (B.C) = \log_A B + \log_A C$$

Demonstração da Segunda Propriedade

$\log_A \left(\frac{B}{C}\right) = z \to \frac{B}{C} = A^z$ (I)

$\log_A B = x \to B = A^x$ (II)

$\log_A C = y \to C = A^y$ (III)

Substituindo (II) e (III) em (I), vem:

$\frac{B}{C} = A^z$

$\frac{A^x}{A^y} = A^z$

$A^{x-y} = A^z \to z = x - y;$ logo:

$$\log_A \left(\frac{B}{C}\right) = \log_A B - \log_A C$$

Demonstração da Terceira Propriedade

$\log_A \left(B^c\right) = x \to B^c = A^x$ (I)

$c.\log_A B = y \to B = A^{\frac{y}{c}}$ (II)

Substituindo (II) em (I), vem:

$B^c = A^x$

$\left(A^{\frac{y}{c}}\right)^c = A^x \to A^y = A^x \to x = y;$ logo:

$$\log_A \left(B^c\right) = c.\log_A B$$

Exercícios

01) Dados log 2 = 0,30 e log 3 = 0,47. Calcule o valor de:

a) log 6
b) log 12
c) log 5
d) $\log \sqrt[3]{2}$

02) Sabendo-se que log 2 = 0,30 e log 3 = 0,47. Calcule o valor dos logaritmos abaixo:

a) log 24
b) log 54
c) log 1,5
d) $\log \sqrt[5]{512}$
e) $\log \dfrac{6\sqrt{2}}{5}$

03) (UFRGS – RS) Atribuindo para $\log 2$ o valor $0,3$, então os valores de $\log 0,2$ e $\log 20$ são, respectivamente,

a) $-0,7$ e 3.
b) $-0,7$ e $1,3$.
c) $0,3$ e $1,3$.
d) $0,7$ e $2,3$.
e) $0,7$ e 3.

04) Sejam log x = a e log y = b. Então o $\log\left(x.\sqrt{y}\right)$ é igual a:

a) a + b/2
b) 2a + b
c) a + b
d) a + 2b
e) a – b/2

05) Se $\log 2 \cong 0,3$ e $\log 36 \cong 1,6$, então $\log 3 \cong$ _____.

a) $0,4$
b) $0,5$
c) $0,6$
d) $0,7$

06) (UECE – CE) Se $L_n 2 \cong 0,6931$, $L_n 3 \cong 1,0986$, pode-se afirmar corretamente que $L_n \dfrac{\sqrt{12}}{3}$ é igual a

Dados: $L_n\, x \equiv$ logaritmo natural de x

a) $0,4721$.
b) $0,3687$.
c) $0,1438$.
d) $0,2813$.

07) Trabalhando-se com $\log 3 = 0,47$ e $\log 2 = 0,30$, pode-se concluir que o valor que mais se aproxima de $\log 150$ é

a) 2,03
b) 2,08
c) 2,17
d) 2,58
e) 2,64

08) (UFRGS – RS) O valor de

$$E = \log\left(\frac{1}{2}\right) + \log\left(\frac{2}{3}\right) + \ldots + \log\left(\frac{999}{1.000}\right)$$

a) -3.
b) -2.
c) -1.
d) 0.
e) 1.

GABARITO – AULA 4

1) a) 0,77 b) 1,07 c) 0,70 d) 0,10
2) a) 1,37 b) 1, 71 c) 0, 17 d) 0, 54 e) 0,22
3) b **4)** a **5)** b **6) c** **7)** c **8)** a

AULA 5
LOGARITMOS (II)

Mudança de Base

Estudamos na última aula as propriedades operatórias dos logaritmos. No entanto ao aplicarmos àquelas propriedades ficamos sujeitos a uma restrição: os logaritmos devem estar na mesma base. Dado esse problema, apresentamos então, um processo no qual nos permite reduzir logaritmos de bases diferentes para bases iguais. Este processo é denominado mudança de base e é expresso assim:

$$\boxed{\log_A B = \frac{\log_C B}{\log_C A}} \quad \text{com } B > 0;\ 0 < A \neq 1;\ 0 < C \neq 1$$

Demonstração da Mudança de Base

$$\log_A B = x \rightarrow B = A^x \ \text{(I)}$$
$$\log_C B = y \rightarrow B = C^y \ \text{(II)}$$
$$\log_C A = z \rightarrow A = C^z \ \text{(III)}$$

Substituindo (II) e (III) em (I), vem:

$$B = A^x$$
$$C^y = \left(C^z\right)^x \rightarrow y = x.z \rightarrow x = \frac{y}{z} \ \text{Logo:}$$
$$\log_A B = \frac{\log_C B}{\log_C A}$$

Exercício Resolvido

Sendo $\log_{10} 2 = 0{,}30$ e $\log_{10} 3 = 0{,}48$, calcule $\log_3 2$.

Resolução: $\log_3 2 = \dfrac{\log_{10} 2}{\log_{10} 3} = \dfrac{0{,}30}{0{,}48} = 0{,}625$

Consequências

Como consequência e com as condições de existência dos logaritmos obedecidas, temos:

$$\boxed{1)\ \log_B A = \frac{1}{\log_A B}} \qquad \boxed{2)\ \log_{A^k} B = \frac{1}{k}\log_A B}$$

Exercícios

01) Sabendo-se que log 2 = 0,30 e log 3 = 0,47. Calcule o valor dos logaritmos abaixo:

a) $\log_3 2$
b) $\log_2 12$

02) (ACAFE – SC) O valor da expressão $\log_3 2 . \log_4 3$ é:

a) 1/2
b) 3
c) 4
d) 2/3
e) 2

03) (FGV – SP) O produto $\log_9 2 . \log_2 5 . \log_5 3$ é:

a) 0
b) 1/2
c) 10
d) 30
e) 1/10

04) (ESPM) Sendo log 2 = a e log 3 = b, o valor do $\log_9 160$ é igual a:

a) $\dfrac{4a+b}{2}$
b) $\dfrac{4a+1}{2b}$
c) $\dfrac{2a+3b}{2}$
d) $\dfrac{4b+2}{a}$
e) $\dfrac{a+1}{3b}$

05) (UDESC – SC) Sabendo que os números reais x, y e z são tais que $\log_y x = 5$ e $\log_y z = 7$, então $\log_x\left(\dfrac{x^2.y^3}{z^4}\right)$ é igual a:

a) -5
b) -3
c) -2
d) $\dfrac{57}{5}$
e) $\dfrac{41}{5}$

06) (UFPR – PR) Num certo exprerimento científico, os dados são organizados em forma de tabelas, e a relação entre as grandezas está na forma logarítmica. Por algum motivo, há a necessidade de troca de base logarítimica. O resultado x da equação $\log_2 x + \log_8 x = 8$ será igual a:

a) 64
b) 24
c) 32
d) 50
e) 84

07) (UDESC – SC) Sejam *a, b* e *c* números reais positivos tais que $\log_2 a + \log_{\frac{1}{4}} b - \log_{\frac{1}{2}} c = 3$. Então *b* é igual a:

a) $\sqrt{\frac{ac}{8}}$
b) $\frac{a^2 + c^2}{64}$
c) $\frac{a+c}{32}$
d) $\frac{a^2c^2}{64}$
e) $\frac{ac}{32}$

08) (UDESC – SC) Considerando $\ell n\,10 = 2{,}3$, então o valor da expressão $\frac{\ell n\, a^3 - \log a + 2\,\ell n\, a}{\log a}$ é igual a:

a) 4
b) $10{,}5$
c) $4a$
d) $2{,}3a^2$
e) $1{,}3$

GABARITO – AULA 5

1) a) ≅ 0,64 b) ≅ 3,57
2) a **3)** b **4)** b **5)** b **6)** a **7) d** **8)** b

AULA 6

LOGARITMOS - APLICAÇÕES

Exercícios

01) (UFPR – PR) Uma quantia inicial de R$ 1.000,00 foi investida em uma aplicação financeira que rende juros de 6%, compostos anualmente. Qual é, aproximadamente, o tempo necessário para que essa quantia dobre? (Use $\log_2 (1{,}06) = 0{,}084$.)

02) (UEL – PR) Um empresário comprou um apartamento com intenção de investir seu dinheiro. Sabendo-se que este imóvel valorizou 12% ao ano, é correto afirmar que seu valor duplicou em, aproximadamente:
(dados: log 2 = 0,30 e log 7 = 0,84)

a) 3 anos
b) 4 anos e 3 meses
c) 5 anos
d) 6 anos e 7 meses
e) 7 anos e 6 meses

03) (UEL – PR) Uma universidade tem 5000 alunos e uma estimativa de crescimento do número de alunos de 10% ao ano. Com base nessas informações, o tempo previsto para que a população estudantil da universidade ultrapasse 10000 alunos é de
Dados: $\log_{10} 2 = 0{,}30$; $\log_{10} 1{,}1 = 0{,}04$

a) 6 anos.
b) 7 anos.
c) 8 anos.
d) 9 anos.
e) 10 anos.

04) Investindo-se um capital a uma taxa de juros mensais de 7%, em regime de capitalização composta, em quanto tempo o capital dobrará? (Considere: log 2 = 0,3 e log 1, 07 = 0,03)

a) 10 meses
b) 11 meses
c) 12 meses
d) 13 meses
e) 14 meses

05) Suponha que a taxa de juros de débitos no cartão de crédito seja de 9% ao mês, sendo calculada cumulativamente. Em quantos meses uma dívida no cartão de crédito triplicará de valor? (Use as aproximações ln 3 = 1,08 e ln 1,09 = 0,09)

06) O pH de uma solução aquosa é definido pela expressão pH = – log [H⁺], em que [H⁺] indica a concentração, em mol/l , de Íons de Hidrogênio na solução e log, o logaritmo na base 10. Ao analisar uma determinada solução, um pesquisador verificou que, nela, a concentração de Íons de Hidrogênio era [H+] = 5,4 . 10^{-8} mol/l. Para calcular o pH dessa solução ele usou os valores aproximados de 0,30, para log 2, e de 0,48, para log 3. Então o valor que o pesquisador obteve para o pH dessa solução o foi

a) 7,26
b) 7,32
c) 7,58
d) 7,74

07) (ENEM) Em 2011, um terremoto de magnitude $9,0$ na escala Richter causou um devastador *tsunami* no Japão, provocando um alerta na usina nuclear de Fukushima. Em 2013, outro terremoto, de magnitude $7,0$ na mesma escala, sacudiu Sichuan (sudoeste da China), deixando centenas de mortos e milhares de feridos. A magnitude de um terremoto na escala Richter pode ser calculada por

$$M = \frac{2}{3}\log\left(\frac{E}{E_0}\right),$$

sendo E a energia, em kWh, liberada pelo terremoto e E_0 uma constante real positiva. Considere que E_1 e E_2 representam as energias liberadas nos terremotos ocorridos no Japão e na China, respectivamente.

Disponível em: www.terra.com.br. Acesso em: 15 ago. 2013 (adaptado).

Qual a relação entre E_1 e E_2?
a) $E_1 = E_2 + 2$
b) $E_1 = 10^2 \cdot E_2$
c) $E_1 = 10^3 \cdot E_2$
d) $E_1 = 10^{\frac{9}{7}} \cdot E_2$
e) $E_1 = \frac{9}{7} \cdot E_2$

08) (ENEM) A água comercializada em garrafões pode ser classificada como muito ácida, ácida, neutra, alcalina ou muito alcalina, dependendo de seu pH, dado pela expressão

$$pH = \log_{10}\frac{1}{H},$$

em que H é a concentração de íons de hidrogênio, em mol por decímetro cúbico. A classificação da água de acordo com seu pH é mostrada no quadro.

pH	**Classificação**
$pH \geq 9$	Muito alcalina
$7,5 \leq pH < 9$	Alcalina
$6 \leq pH < 7,5$	Neutra
$3,5 \leq pH < 6$	Ácida
$pH < 3,5$	Muito ácida

Para o cálculo da concentração H, uma distribuidora mede dois parâmetros A e B, em cada fonte, e adota H como sendo o quociente de A por B. Em análise realizada em uma fonte, obteve $A = 10^{-7}$ e a água dessa fonte foi classificada como neutra.

O parâmetro B, então, encontrava-se no intervalo
a) $\left(-10^{14,5}, -10^{13}\right]$
b) $\left[10^{-\frac{6}{7}}, 10^{-1}\right)$
c) $\left[10^{-1}, 10^{\frac{1}{2}}\right)$
d) $\left[10^{13}, 10^{14,5}\right)$
e) $\left[10^{6\times10^7}, 10^{7,5\times10^7}\right)$

GABARITO – AULA 6
1) aproximadamente 12 anos
2) e **3)** c **4)** a **5)** 12 meses **6)** a **7)** c **8)** c

AULA 07
FUNÇÃO LOGARÍTMICA

1. Definição:

A função $f:\Re_+^* \to \Re$, definida por $y = f(x) = \log_a x$, com $0 < a \neq 1$, é denomidada função logarítmica de base **a**.

$\boxed{y = f(x) = \log_a x}$

São exemplos de funções logarítmicas:

a) $f(x) = \log_2 x$

b) $g(x) = \log_{\frac{1}{5}} x$

c) $h(x) = \log_{\frac{7}{5}} x$

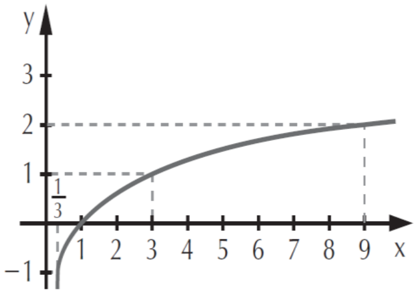
2. Gráfico:

Para termos uma noção do gráfico da função logarítmica $y = f(x) = \log_a x$ vamos obter alguns de seus pontos, atribuindo valores convenientes para x e tomando os resultados em y.

Vamos analisar dois casos abaixo. O primeiro com a base **a** maior do que 1 (a > 1) e no segundo com a base **a** situada entre 0 e 1 (0 < a < 1).

1) $f:\Re_+^* \to \Re$ definida por $f(x) = \log_3 x$

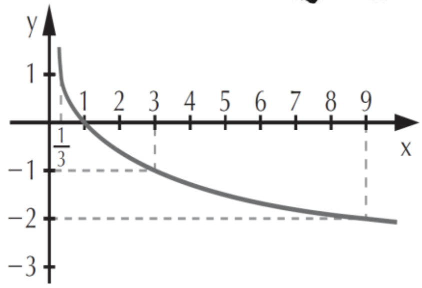
x	y
$\frac{1}{3}$	-1
1	0
3	1
9	2



Note que à medida que x cresce, y também cresce, ou seja, $f(x) = \log_3 x$ é uma função crescente.

2) $f:\Re_+^* \to \Re$ definida por $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$

x	y
$\frac{1}{3}$	1
1	0
3	-1
9	-2



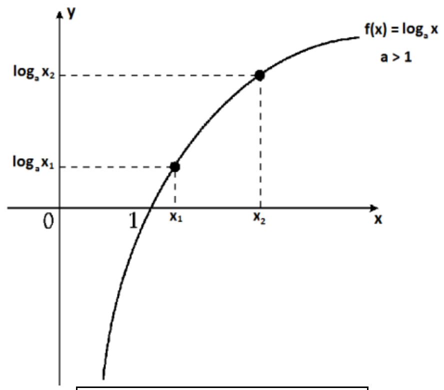
Note que à medida que x cresce, y decresce, ou seja, $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$ é uma função decrescente.

Observando os exemplos acima em relação à funções da forma $f:\Re_+^* \to \Re$, definida por $y = f(x) = \log_a x$ podemos concluir:

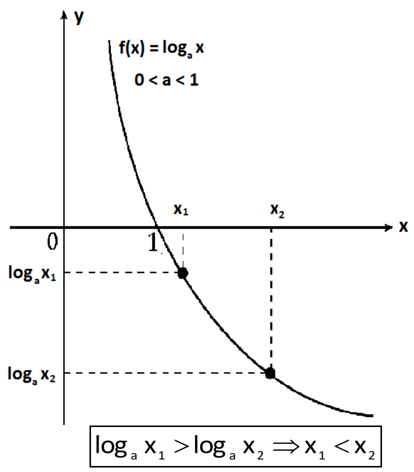
1) O gráfico da função logarítmica $f(x) = \log_a x$ está situado todo à direita do eixo y pois $D(f) = \Re_+^*$.

2) A curva que representa a função $f(x) = \log_a x$ intercepta o eixo das abscissas no ponto $(1;0)$.

3) Para $a > 1$ a função $f(x) = \log_a x$ é crescente e para $0 < a < 1$ a função $f(x) = \log_a x$ é decrescente.



$\boxed{\log_a x_1 < \log_a x_2 \Rightarrow x_1 < x_2}$



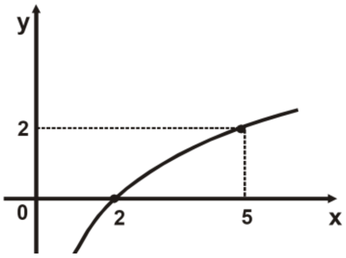
$\boxed{\log_a x_1 > \log_a x_2 \Rightarrow x_1 < x_2}$

4) A função exponencial $f(x) = \log_a x$ é injetora pois valores distintos do domínio geram imagens distintas. Então: $\log_a x = \log_a y \Leftrightarrow x = y$.

5) A função $f:\Re_+^* \to \Re$, definida por $y = f(x) = \log_a x$, é sobrejetora pois o contradomínio e o a imagem da função são ambos, iguais $CD(f) = Im(f) = \Re$. Logo, a função $f:\Re_+^* \to \Re$, definida por $y = f(x) = \log_a x$ é bijetora e com isso admite inversa.

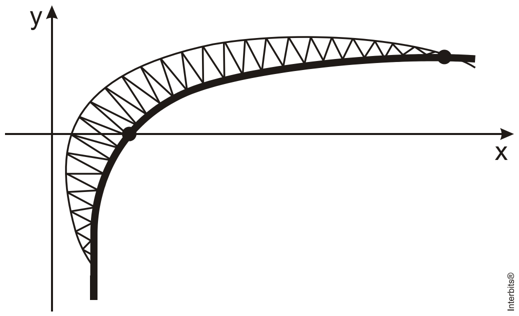
Exercícios

01) (ACAFE – SC) A figura a seguir está representando o gráfico de f(x) = log $_b$ (x – 1). O valor de f(129) é:



a) 10
b) 5/2
c) 2
d) 7
e) 8

02) (PUC – RS) O modelo da cobertura que está sendo colocada no Estádio Beira-Rio está representado na figura abaixo.



Colocada devidamente em um plano cartesiano, é possível afirmar que, na forma em que está, a linha em destaque pode ser considerada uma restrição da representação da função dada por

a) $y = \log(x)$

b) $y = x^2$

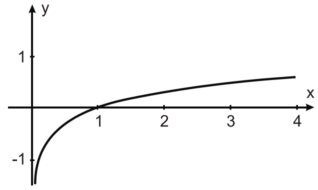
c) $y = |x|$

d) $y = \sqrt{-x}$

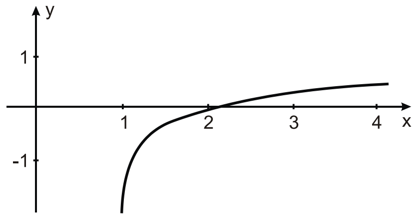
e) $y = 10^x$

03) (UEG) O gráfico da função $y = \log(x+1)$ é representado por:

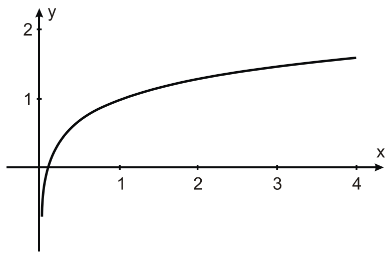
a)



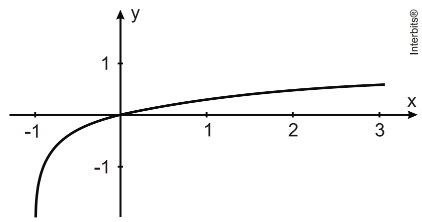
b)



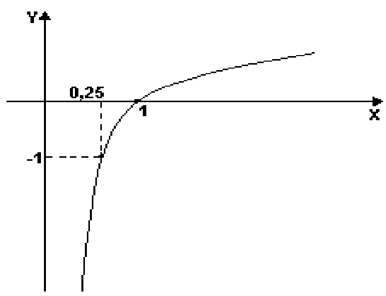
c)



d)

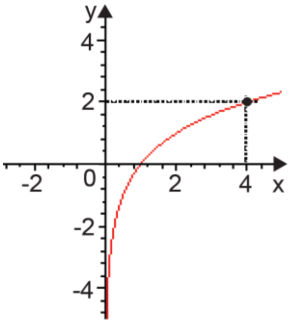


04) A figura mostra o gráfico da função logaritmo na base b. O valor de b é:



a) 1/4
b) 2
c) 3
d) 4
e) 10

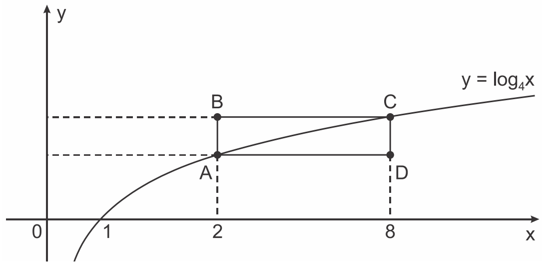
05) (PUC – RS) A representação



é da função dada por y = f(x) = $\log_a(x)$. O valor de $\log_a(a^3 + 8)$ é:

a) 2
b) 4
c) 6
d) 8
e) 10

06) (ESPCEX) A curva do gráfico abaixo representa a função $y = \log_4 x$

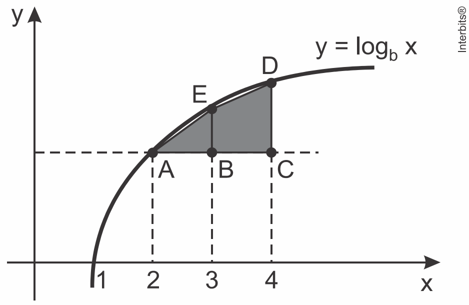


A área do retângulo ABCD é
a) 12.
b) 6.
c) 3.
d) $6\log_4 \frac{3}{2}$.
e) $\log_4 6$.

07) (UDESC – SC) Sabendo que os gráficos das funções f(x) = ax – b e g(x) = $\log_b x$ e se interceptam no ponto $P\left(\sqrt{3}, \frac{1}{2}\right)$, então o produto a.b é igual a:

a) $\frac{7\sqrt{3}}{2}$
b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
c) $\frac{-5\sqrt{3}}{2}$
d) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
e) $\frac{3}{2}$

08) (ACAFE – SC) A figura abaixo representa o gráfico da função $y = \log_b x$, com $b > 1$ e $x > 0$.



Nessa representação, o polígono ABCDE possui área igual a:

a) $\log_b \frac{3\sqrt{2}}{2}$.
b) $\log_b 3$.
c) $\log_b 3 + \log_b 2$.
d) $1{,}5\log_b \sqrt{2}$.

GABARITO – AULA 7

1) d **2)** a
3) d **4)** d **5)** b **6)** b **7)** a **8)** a

AULA 08

EQUAÇÃO E INEQUAÇÃO LOGARÍTMICA

1. Equações Logarítmicas

Equações Logarítmicas são equações onde os logaritmos apresentam incógnita na base do logaritmo ou no logaritmando.

Existem dois métodos básicos para resolver equações logarítmicas. Em ambos os casos, se faz necessário discutir as raízes, lembrando que não existem logaritmos com base negativa e um e não existem logaritmos com logaritmando negativos.

1º Método: $\boxed{\log_c A = \log_c B \Leftrightarrow A = B}$

A igualdade acima é verdadeira pois a função logarítmica é injetora.

2° Método: $\boxed{\log_c A = B \Leftrightarrow A = C^B}$

Exercícios Resolvidos

1) Resolver a equação $\log_5 x + \log_5 (x-3) = \log_5 4$

Resolução:

$$\log_5 x + \log_5 (x-3) = \log_5 4$$
$$\log_5 x.(x-3) = \log_5 4$$
$$\text{Então: } \quad x.(x-3) = 4$$
$$x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

Das raízes encontradas, apenas x = 4 satisfaz as condições de existência do logaritmo.

Logo: $S = \{4\}$

2) Resolver a equação $\log_5 (x-2) = 3$

Resolução:

$\log_5 (x-2) = 3$

Aplicando a definição do logaritmo, temos:

$x - 2 = 5^3$

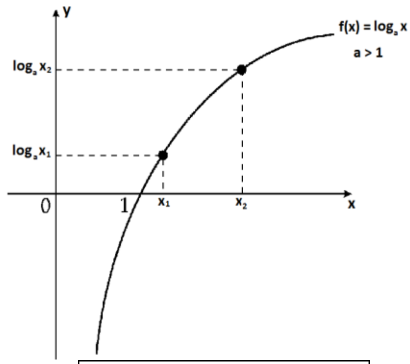
$x - 2 = 125 \Rightarrow x = 127$

Logo: $S = \{127\}$

2. Inequações Logarítmicas

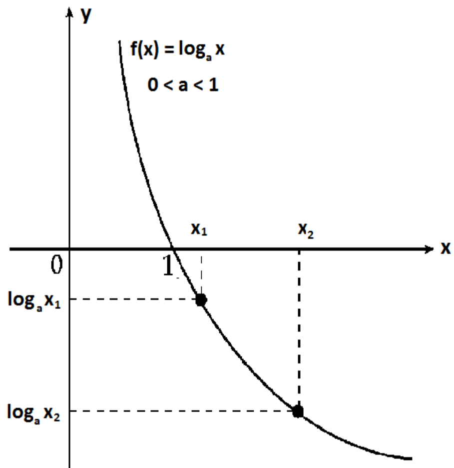
Para resolvermos uma inequação logarítmica, devemos respeitar as seguintes propriedades:

- Quando as bases são maiores que 1 (a > 1), a relação de desigualdade se mantém.



$\boxed{\log_a x_1 < \log_a x_2 \Rightarrow x_1 < x_2}$

- Quando as bases estão compreendidas entre 0 e 1 (0 < a < 1), a relação de desigualdade se inverte.



$\boxed{\log_a x_1 > \log_a x_2 \Rightarrow x_1 < x_2}$

Exercícios

01) Resolva as equações logarítmicas abaixo:

a) $\log_2(x + 4) + \log_2(x - 3) = \log_2 18$, é:

b) $\log_{25}\log_2(x - 4) = \frac{1}{2}$ é:

02) Resolver, em reais, as seguintes inequações:

a) $\log_2 (x + 2) > \log_2 8$
b) $\log_{1/2} (x - 3) \geq \log_{1/2} 4$

03) (UEPB - PB) Na equação logarítmica $\log_4[\log_2(\log_3 x)] = \frac{1}{2}$ o valor de x é

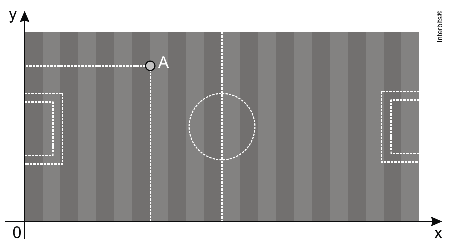
a) um múltiplo de 5
b) um número divisível por 3 e 9
c) um número par
d) um decimal
e) um número irracional

04) (UFSC – SC) O valor de x compatível para a equação $\log(x^2 - 1) - \log(x - 1) = 2$ é:

05) Se $\log_{\frac{1}{2}}(x - 2) > \log_{\frac{1}{2}} 7$, então:

a) $x < 8$
b) $2 < x < 9$
c) $x \leq 9$
d) $x > 1$
e) $1 \leq x < 6$

06) (UFSM – RS) Suponha que um campo de futebol seja colocado em um sistema cartesiano ortogonal, conforme mostra a figura.



Para que o ponto $A(\log_{10}(x + 1) + 1, \log_{10}(x^2 + 35))$ tenha abscissa e ordenada iguais, é necessário e suficiente que

a) $x > -1$.
b) $x = 5$.
c) $x < -1$.
d) $x = -5$
e) $x > 5$.

07) (UFSC – SC) Se $\begin{cases} 3\log(x - y) = \log 125 \\ \log x + \log y = \log 14 \end{cases}$, então o valor de x + y é

08) (FUVEST – SP) O número real **a** é o menor dentre os valores de x que satisfazem a equação $2\log_2\left(1 + \sqrt{2}x\right) - \log_2\left(\sqrt{2}x\right) = 3$. Então, $\log_2\left(\frac{2a + 4}{3}\right)$ é igual a:

a) $\frac{1}{4}$
b) $\frac{1}{2}$
c) 1
d) $\frac{3}{2}$
e) 2

09) Com base na teoria dos logaritmos e exponenciais é correto afirmar:

01. Se $\log_3(5 - y) = 2$, então $y = -4$
02. Se $x = \log_e 3$, então $e^x + e^{-x} = \frac{10}{3}$
04. Se **a** e **b** são números reais e $0 < a < b < 1$, então $|\log_{10} a| < |\log_{10} b|$
08. Se $z = 10^t - 1$, então $z > 0$ para qualquer valor real de t .
16. $\log_5 7 < \log_8 3$
32. A soma das raízes da equação $1 + 2\log_x 2 \cdot \log_4 (10 - x) = \frac{2}{\log_4 x}$ é 10
64. A maior raiz da equação $9 \cdot x^{\log_3 x} = x^3$ é 9

GABARITO – AULA 8

1) a) S = {5} b) S = {36}
2) a) $\{ x \in R \mid x > 6\}$ b) $\{ x \in R \mid 3 < x \leq 7\}$
3) b **4)** 99 **5)** b **6)** b **7)** 09 **8)** b **9)** 99