



**ricardinho.matematicax**



**www.ricardinhomaticax.com.br**



**Professor Ricardinho**

Matemática – Frente B



**cursomtm@gmail.com**

AULA  
**25**

# Cevianas Notáveis

Professor Ricardinho



Matemática – Frente B

# GEOMETRIA PLANA



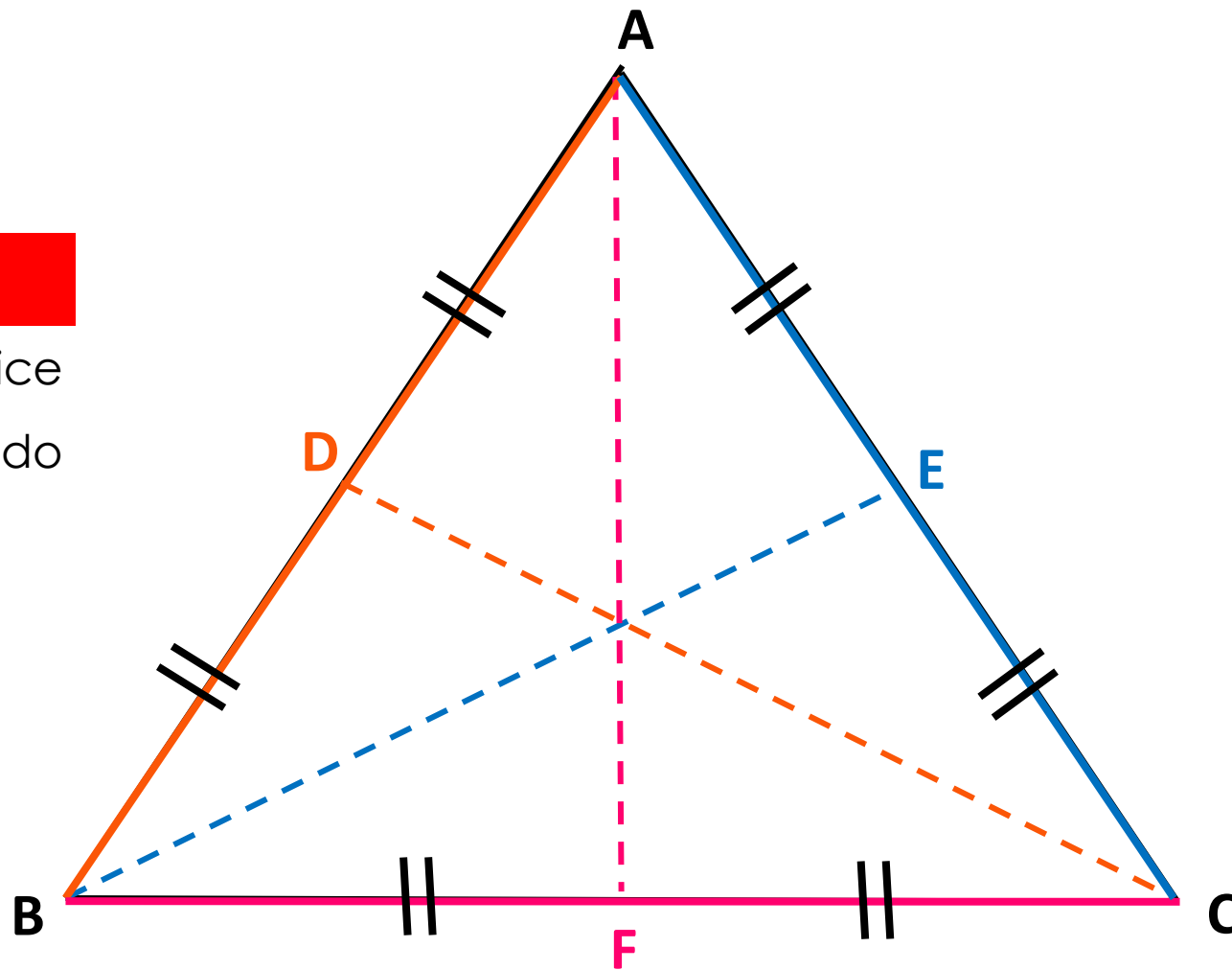
## MEDIANA

Segmento de reta que liga um vértice deste triângulo ao **ponto médio** do lado oposto a este vértice.

$$\overline{BD} = \overline{AD}$$

$$\overline{AE} = \overline{CE}$$

$$\overline{BF} = \overline{CF}$$



# GEOMETRIA PLANA

## Baricentro

Ponto de **encontro** das  
**medianas**.

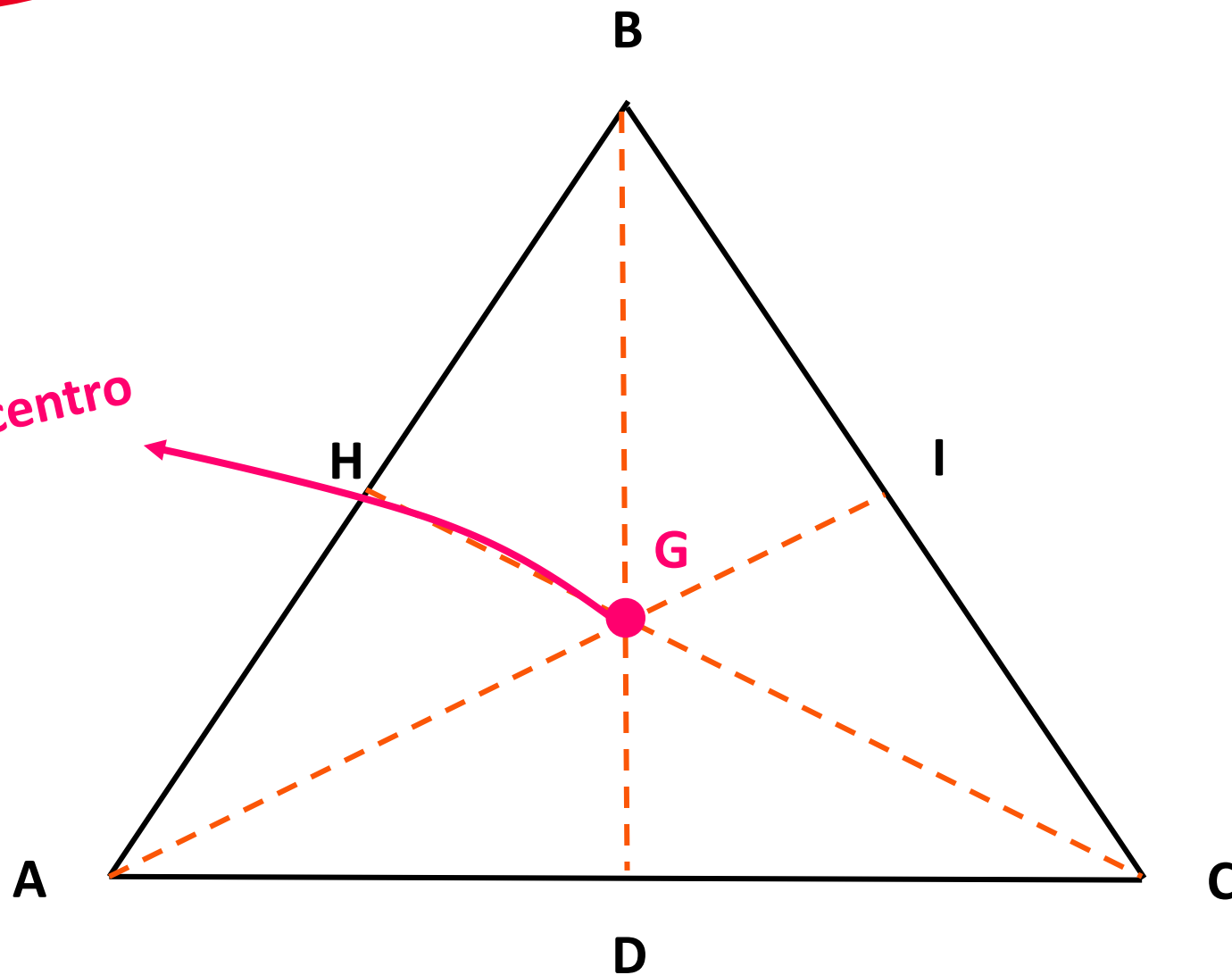
Se  $\overline{BD}$  for  
mediana:

$$\overline{BG} = 2\overline{DG}$$

$$\overline{BG} = \frac{2}{3}\overline{BD}$$

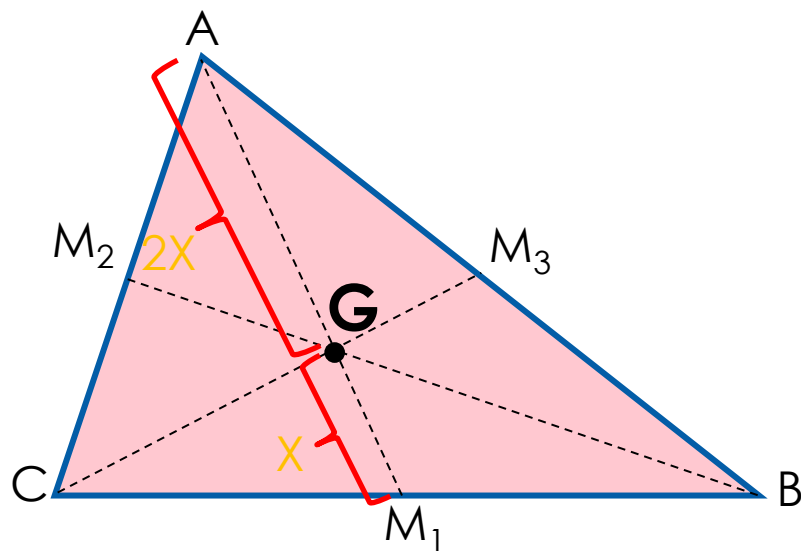
$$\overline{DG} = \frac{1}{3}\overline{BD}$$

Baricentro



# GEOMETRIA PLANA

## Mediana - Baricentro



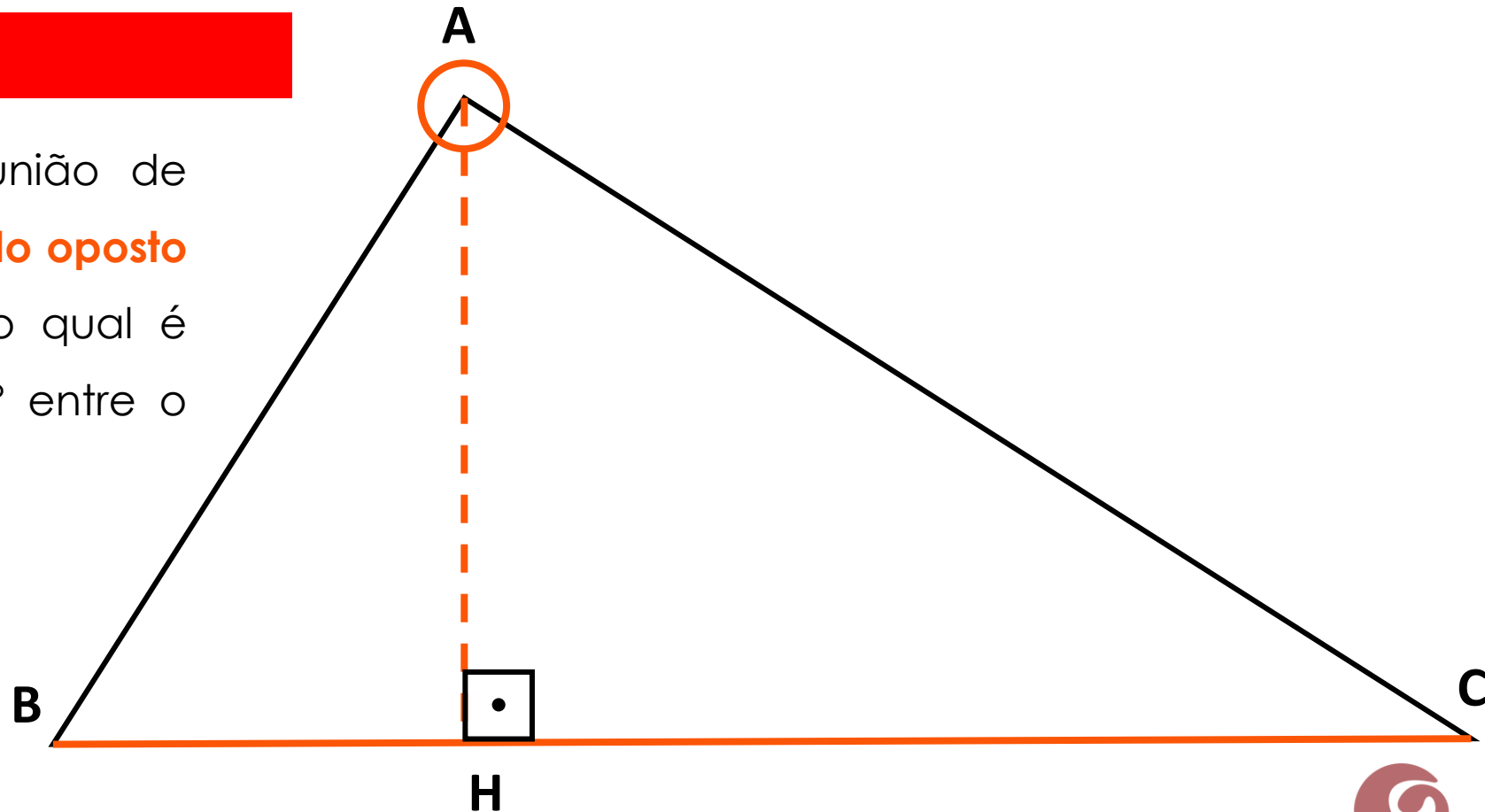
- ▶ O ponto de encontro das três medianas é o **baricentro (G)**
- ▶ O baricentro divide a mediana na razão de 2 para 1:

# GEOMETRIA PLANA



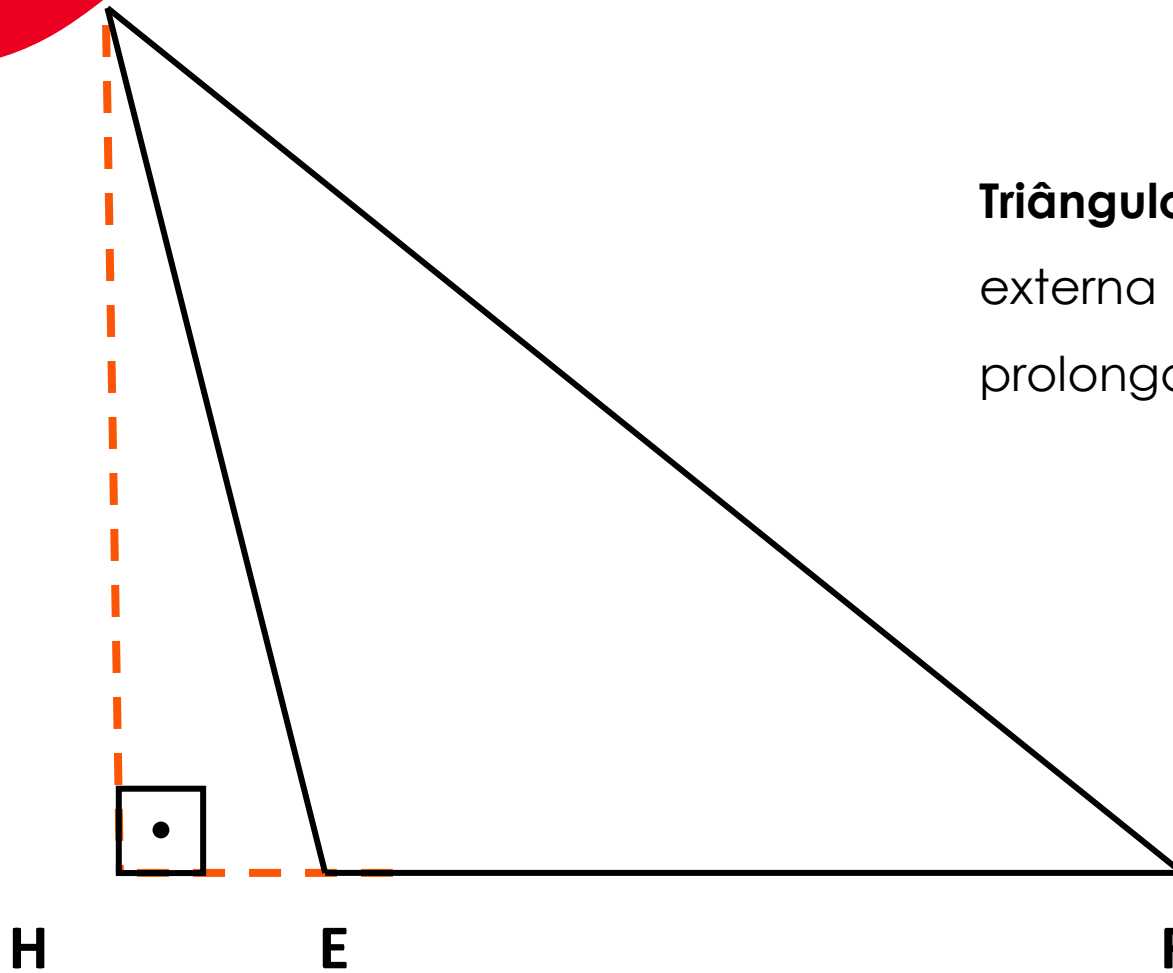
## Altura

Segmento formado pela união de um dos vértices com seu **lado oposto** (ou seu prolongamento) no qual é formado um **ângulo de  $90^\circ$**  entre o segmento e o lado.



# GEOMETRIA PLANA

**Triângulo obtusângulo** temos a altura externa ao triângulo. Traçada pelo prolongamento dos lados.

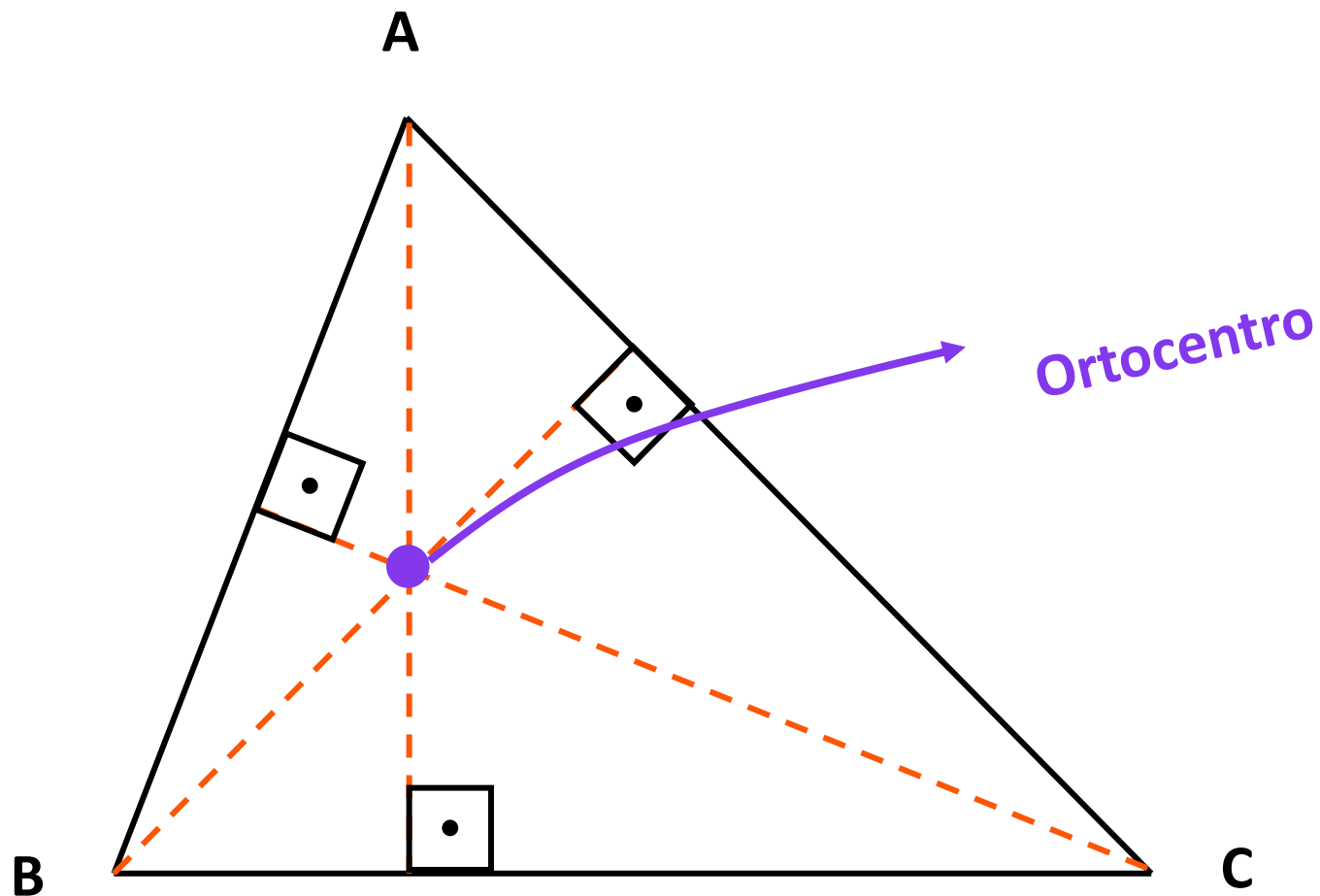


# GEOMETRIA PLANA

## Ortocentro

Ponto de **encontro** entre todas as **alturas** de um triângulo.

No **triângulo acutângulo**, as alturas e o ortocentro ficam no interior do triângulo.

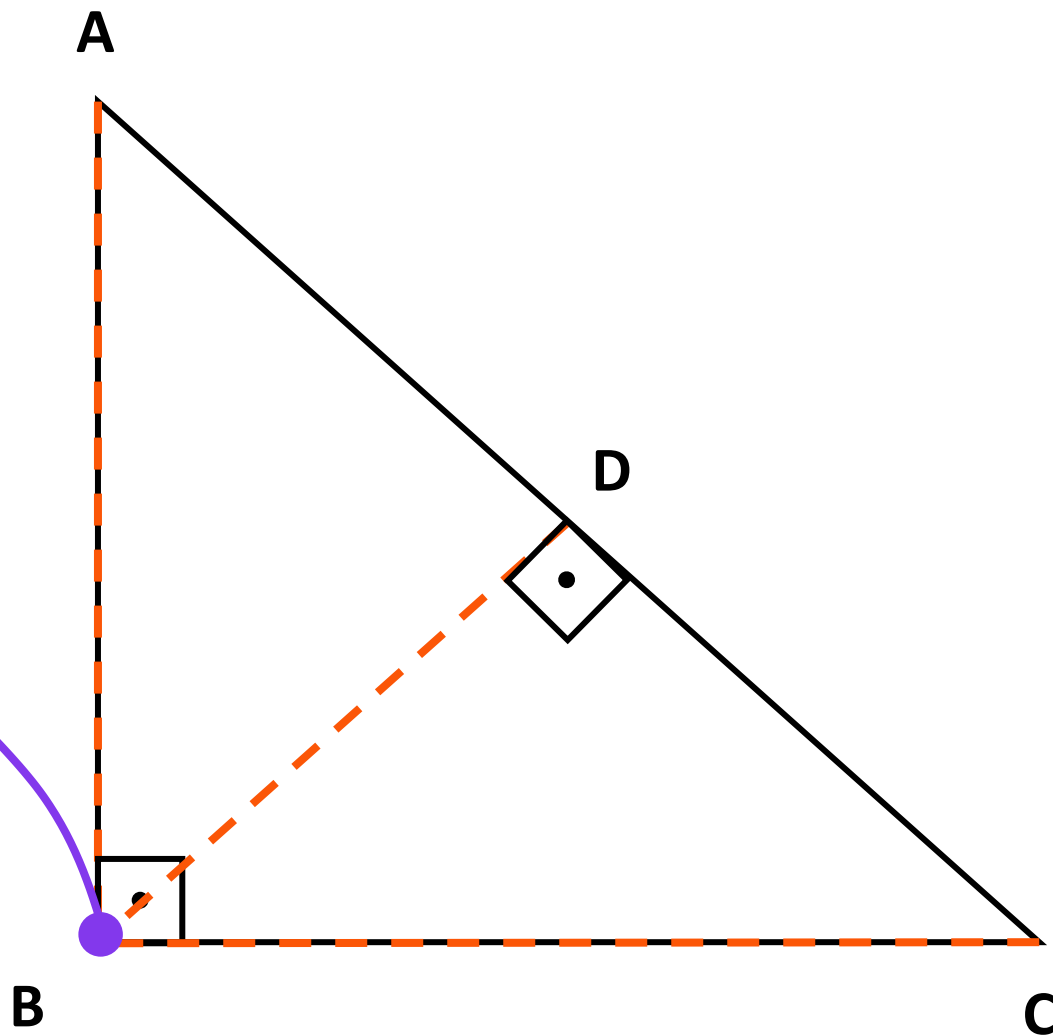


# GEOMETRIA PLANA

No **triângulo retângulo**,  
duas alturas são  
coincidentes com os dois  
catetos.

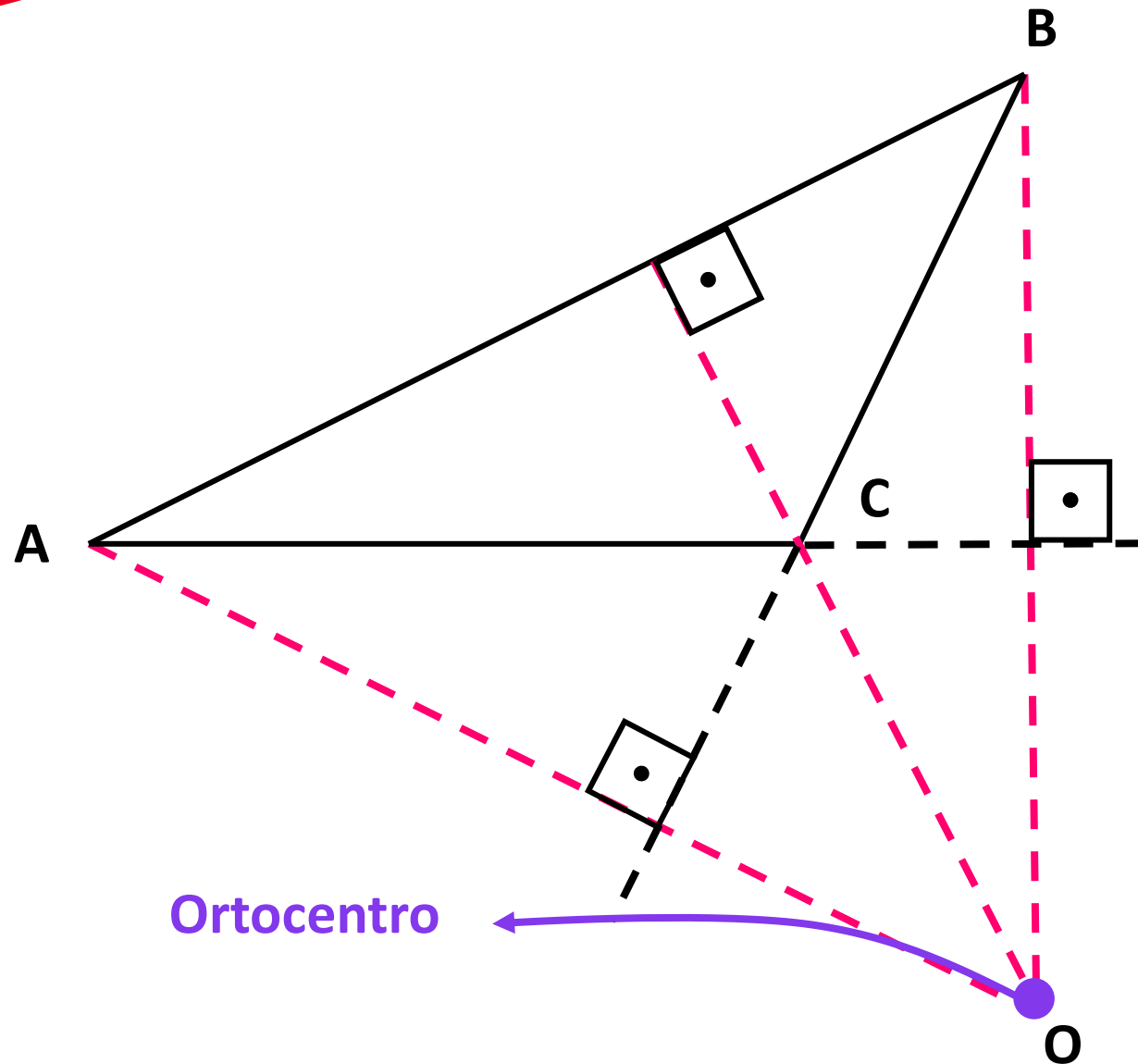
A outra altura fica no  
interior do triângulo, e o  
ortocentro é localizado  
no vértice que possui o  
ângulo de  $90^\circ$ .

Ortocentro



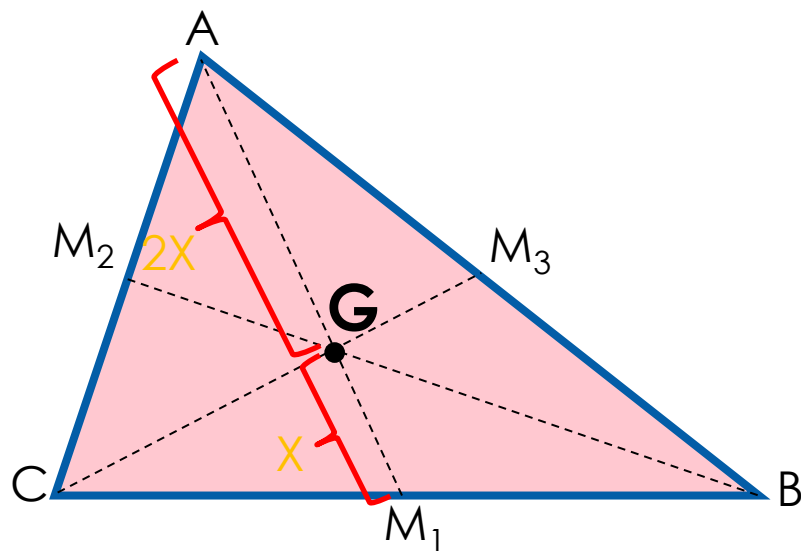
# GEOMETRIA PLANA

No **triângulo obtusângulo**, uma das alturas fica no interior do triângulo, e as outras duas ficam no seu exterior junto com o ortocentro.



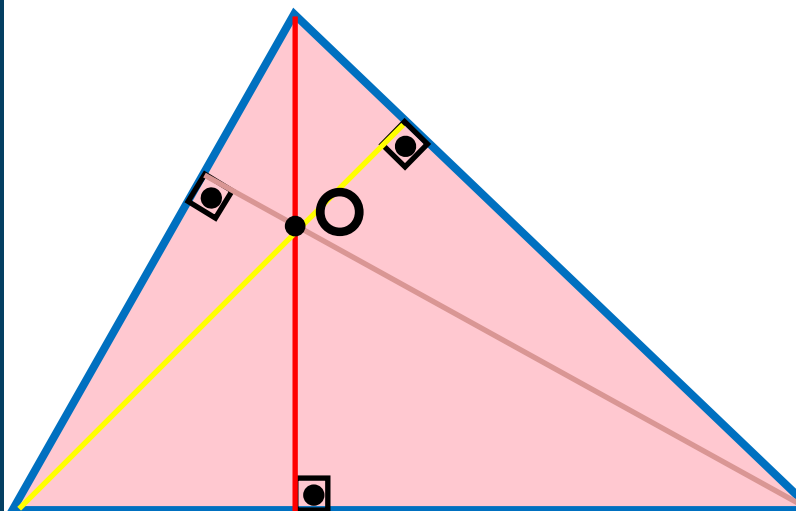
# GEOMETRIA PLANA

## Mediana - Baricentro



- ▶ O ponto de encontro das três medianas é o **baricentro (G)**
- ▶ O baricentro divide a mediana na razão de 2 para 1:

## Altura - Ortocentro



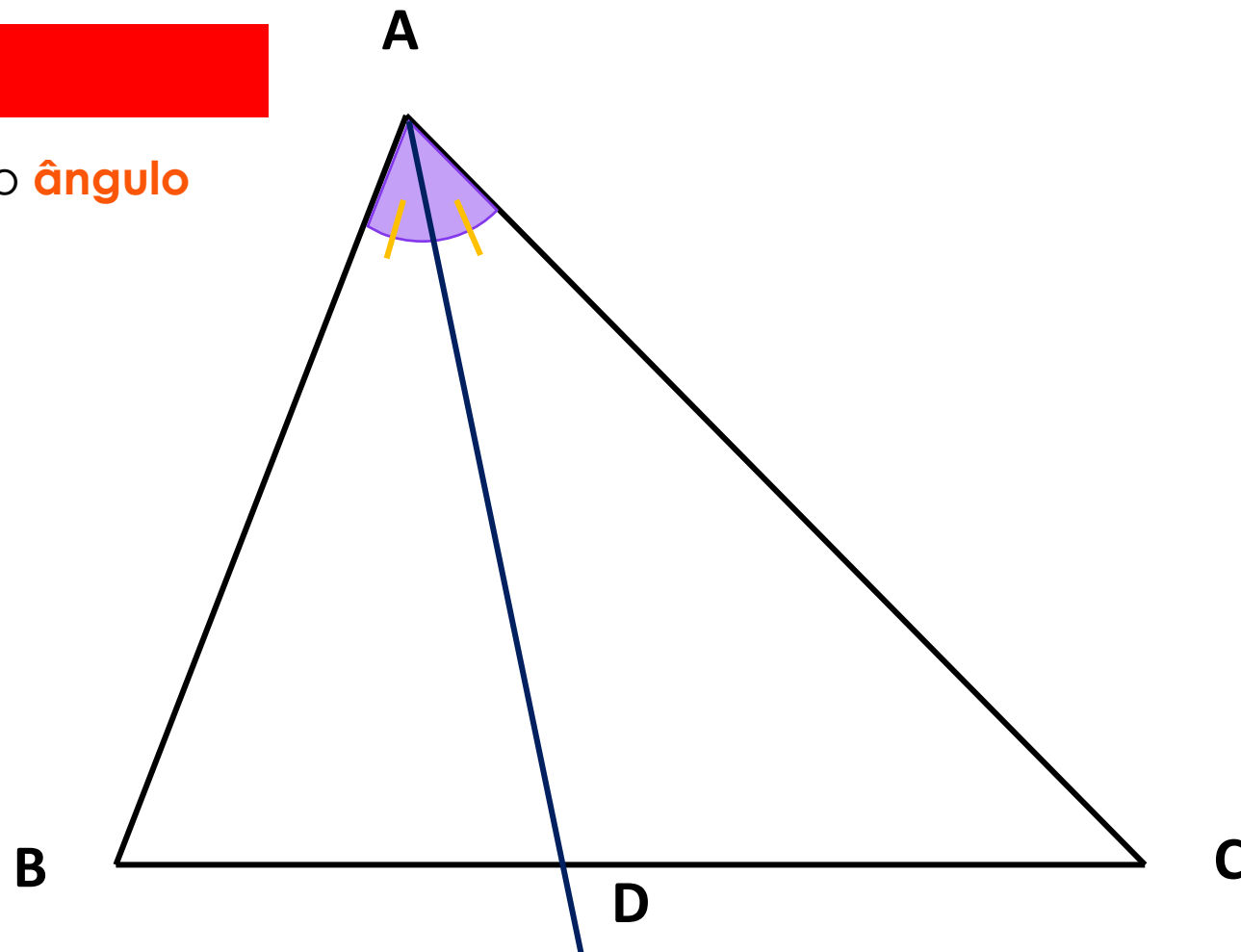
- ▶ O encontro das três alturas de um triângulo é chamado de **ortocentro (O)**

# GEOMETRIA PLANA



## BISSETRIZ

Segmento de reta que divide o **ângulo**  
**ao meio**.

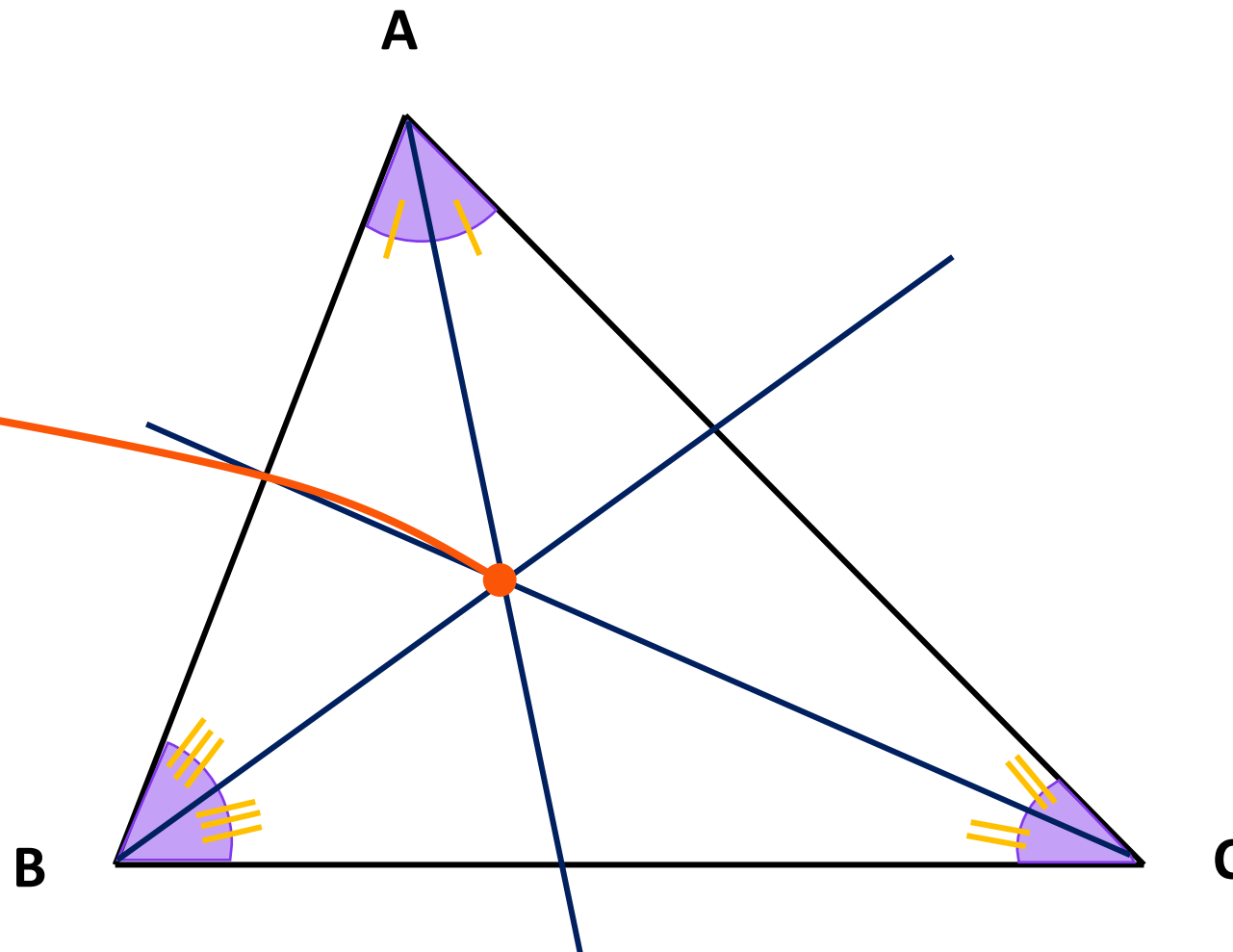


# GEOMETRIA PLANA

## Incentro

Ponto de **encontro** das **bissetrizes** internas de um triângulo.

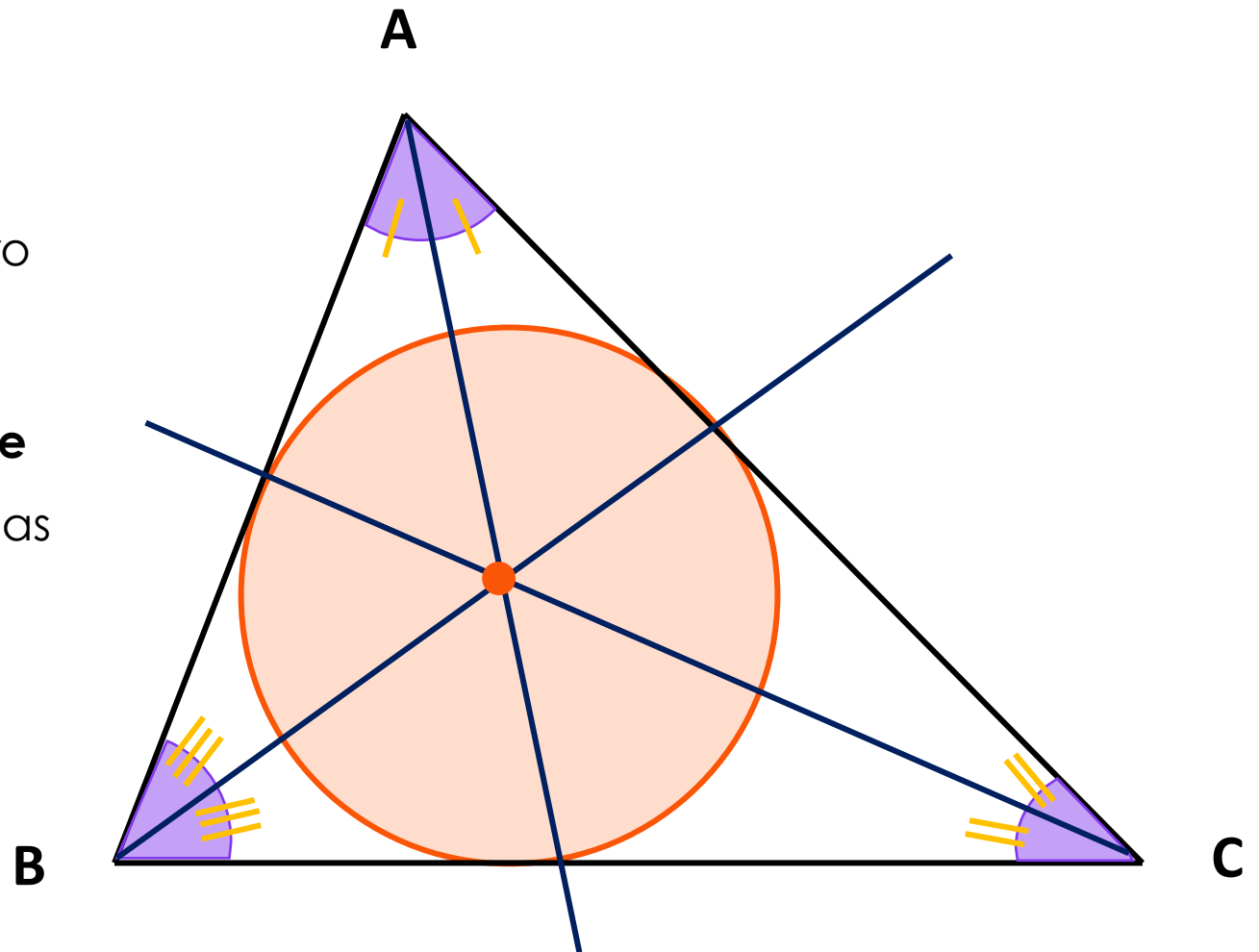
**Incentro**



# GEOMETRIA PLANA

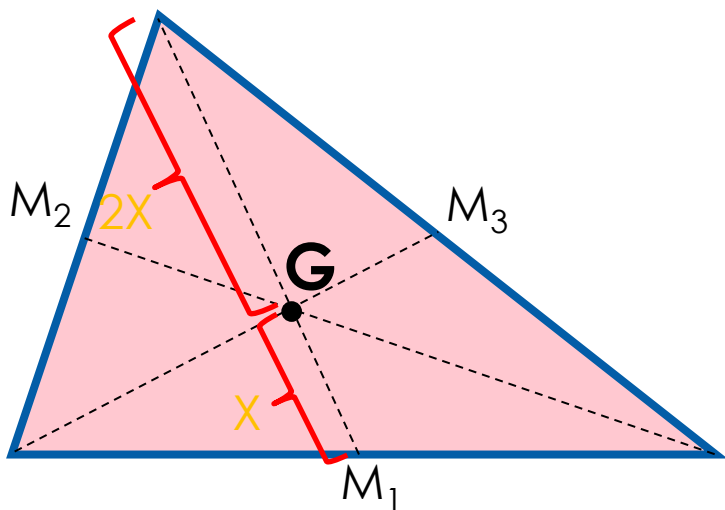
O centro de uma circunferência inscrita em um triângulo coincide com o incentro dessa figura.

**O incentro de um triângulo é equidistante de todos os seus lados**, isto é, as distâncias entre o incentro e os três lados do triângulo são todas iguais.



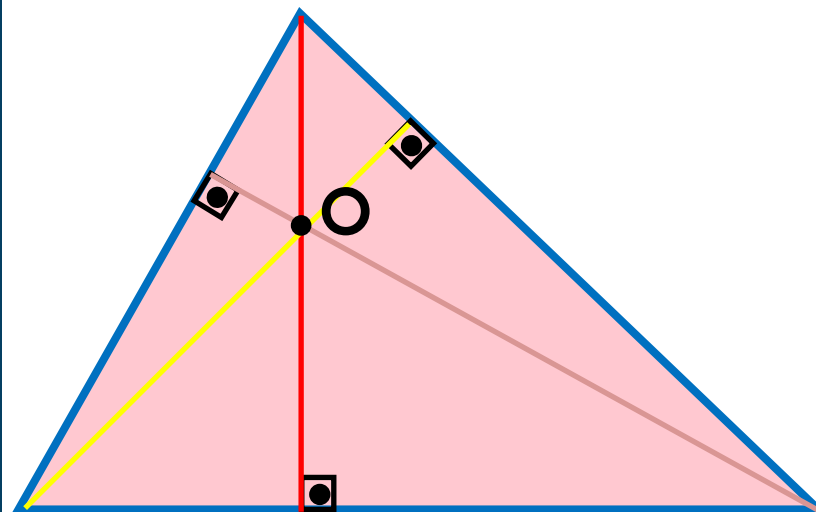
# GEOMETRIA PLANA

## Mediana - Baricentro



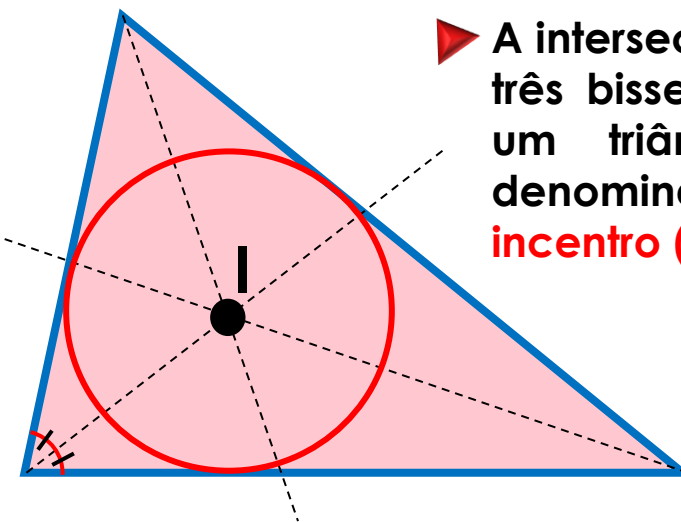
- ▶ O ponto de encontro das três medianas é o **baricentro (G)**
- ▶ O baricentro divide a mediana na razão de 2 para 1:

## Altura - Ortocentro



- ▶ O encontro das três alturas de um triângulo é chamado de **ortocentro (O)**

## Bissetriz interna - Incentro



- ▶ A intersecção das três bissetrizes de um triângulo é denominada de **incentro (I)**.

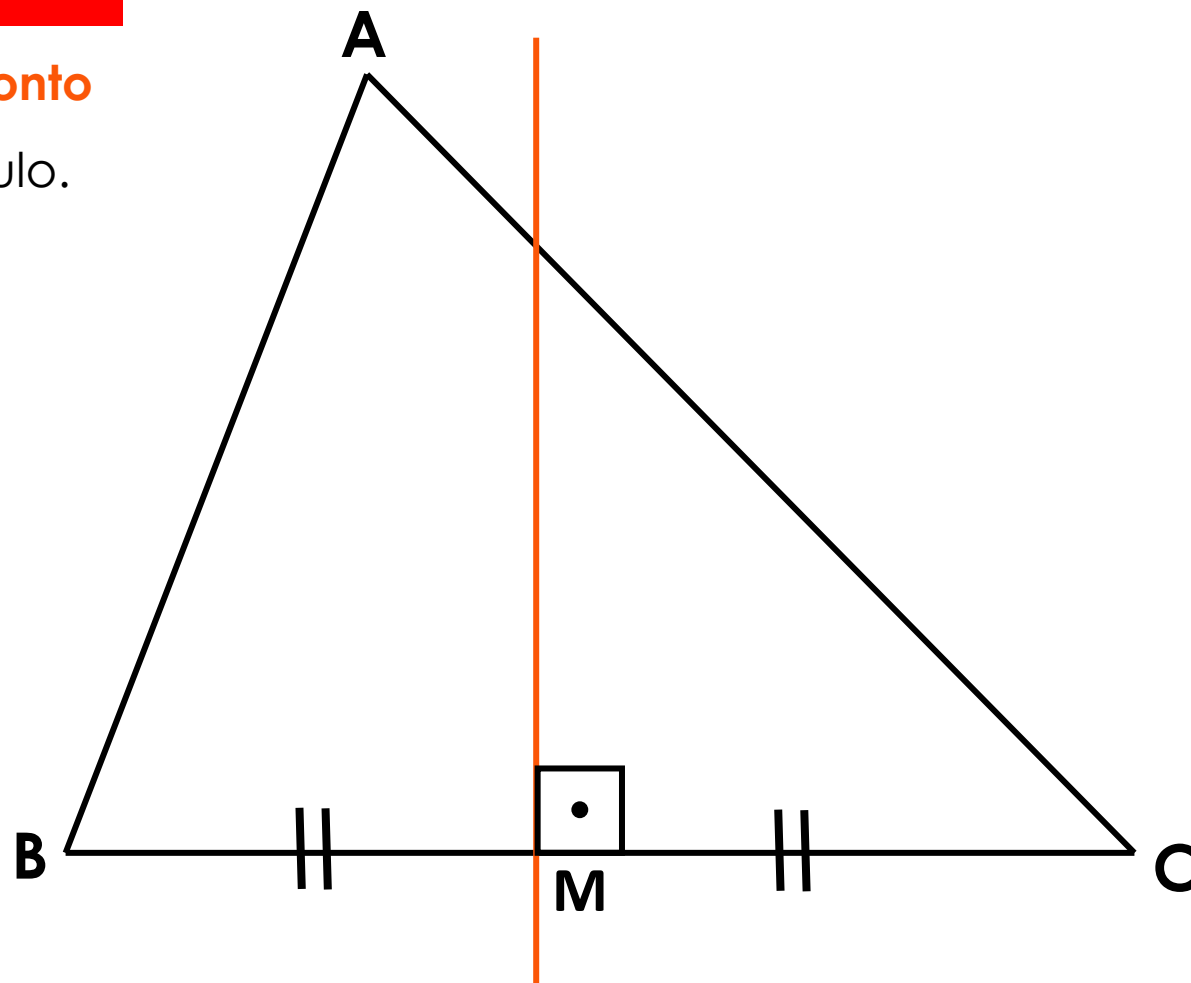
# GEOMETRIA PLANA



## MEDIATRIZ

Reta **perpendicular** que passa no **ponto médio** em um dos lados desse triângulo.

$$\overline{BM} = \overline{CM}$$

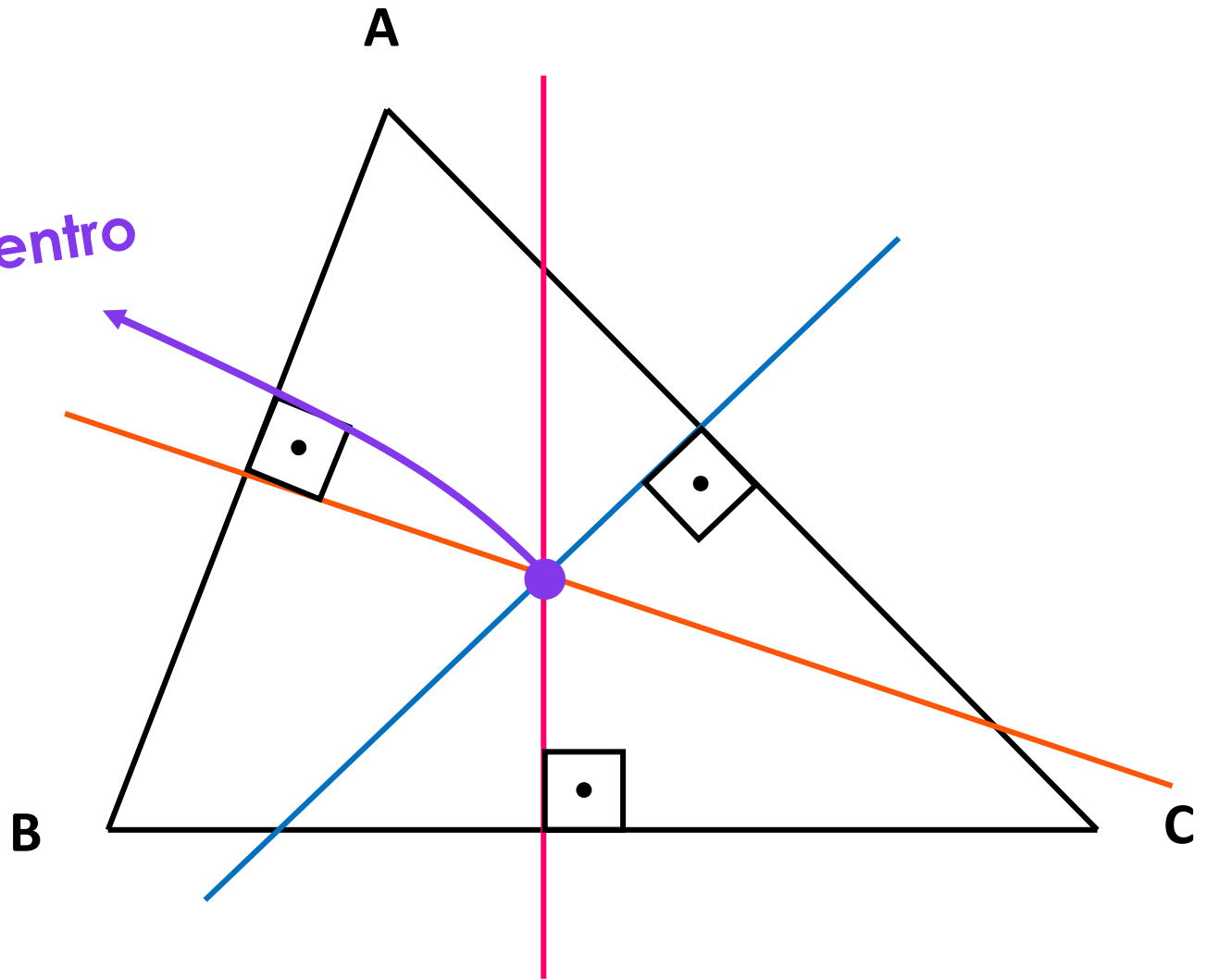


# GEOMETRIA PLANA

## Circuncentro

Ponto de **encontro** das  
**mediatrizes**.

**Circuncentro**

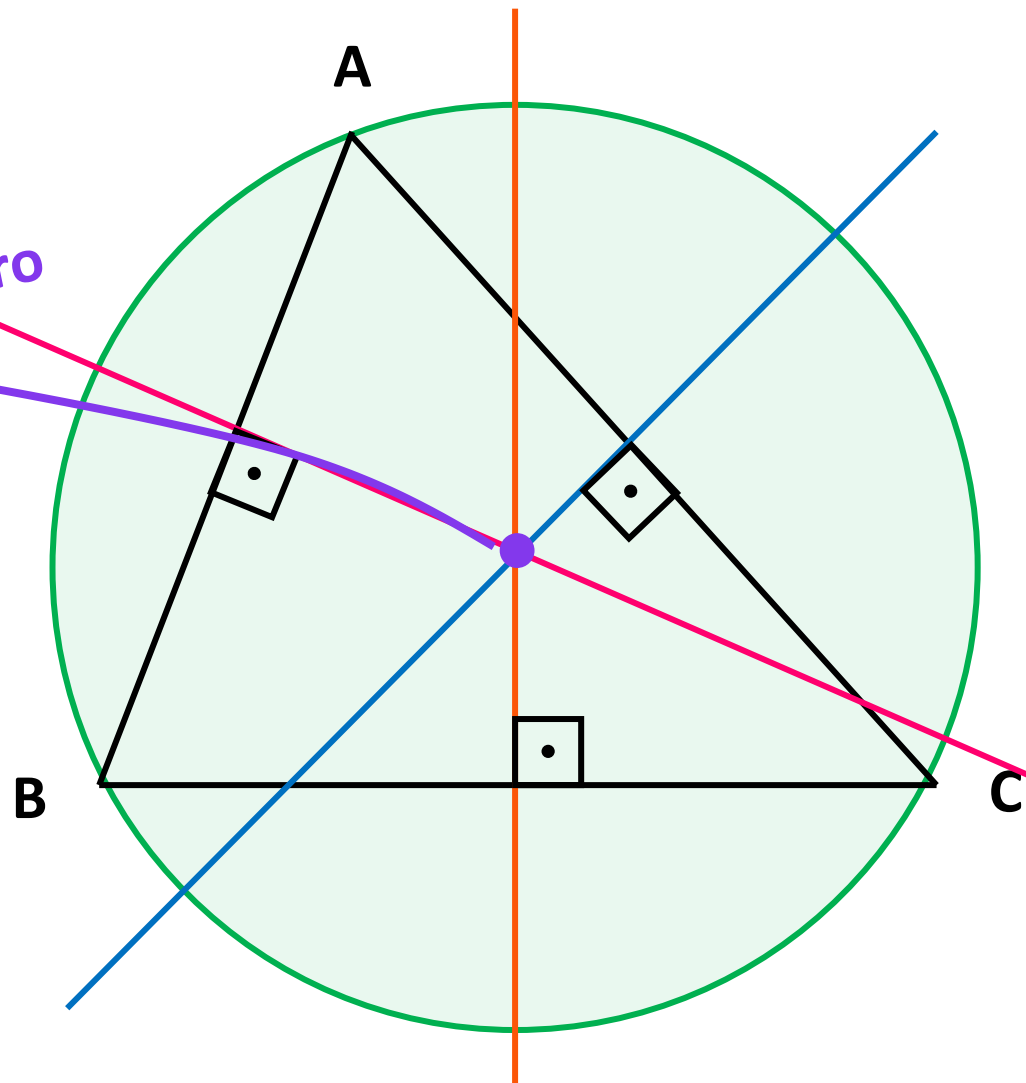


# GEOMETRIA PLANA

Em um **triângulo inscrito** em uma circunferência, o circuncentro é o **centro** dessa circunferência.

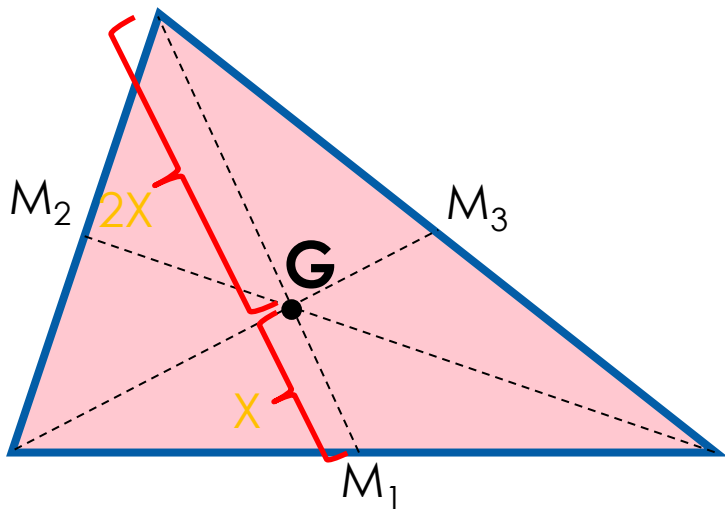
Em um **triângulo acutângulo**, o circuncentro fica no interior.

Circuncentro



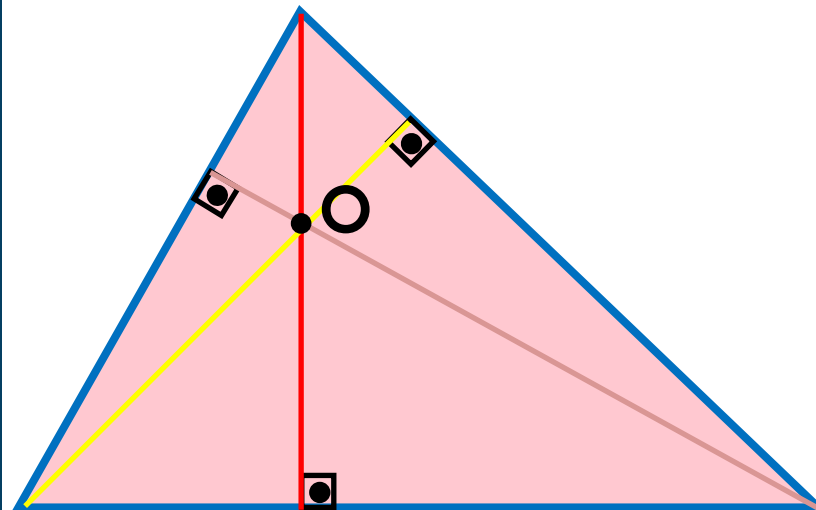
# GEOMETRIA PLANA

## Mediana - Baricentro



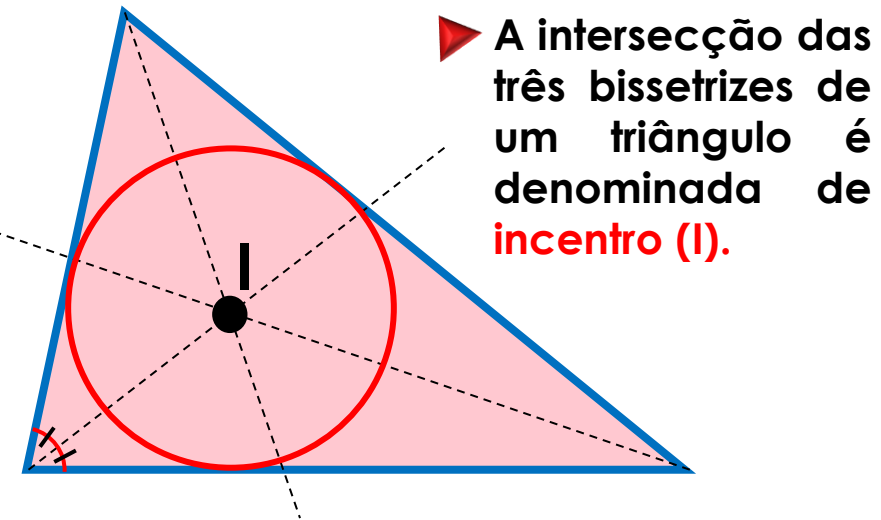
- ▶ O ponto de encontro das três medianas é o **baricentro (G)**
- ▶ O baricentro divide a mediana na razão de 2 para 1:

## Altura - Ortocentro



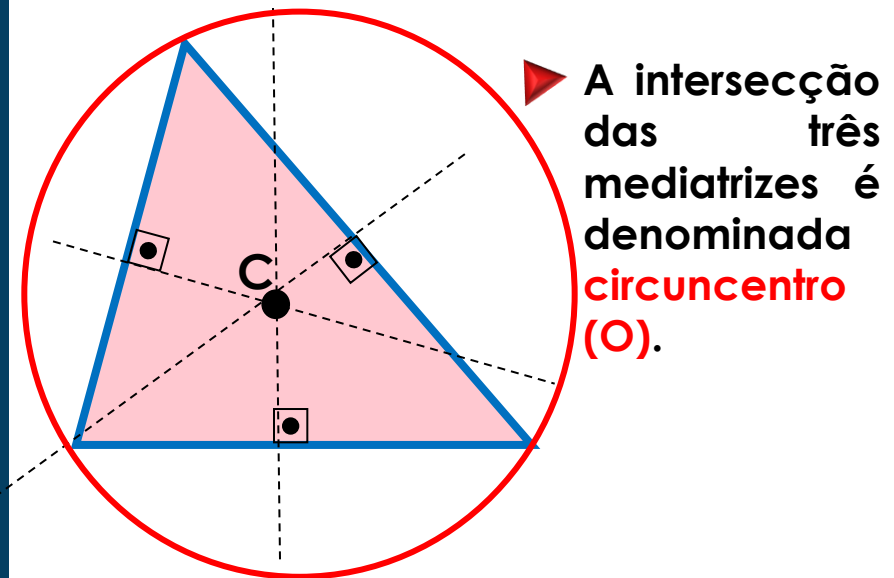
- ▶ O encontro das três alturas de um triângulo é chamado de **ortocentro (O)**

## Bissetriz interna - Incentro



- ▶ A intersecção das três bissetrizes de um triângulo é denominada de **incentro (I)**.

## Mediatriz - Circuncentro



- ▶ A intersecção das três mediatrizes é denominada **circuncentro (O)**.

## PONTOS NOTÁVEIS DE UM TRIÂNGULO

| PONTOS NOTÁVEIS      | ENCONTRO DAS:      |
|----------------------|--------------------|
| <b>B</b> aricentro   | <b>Medianas</b>    |
| <b>I</b> ncentro     | <b>Bissetrizes</b> |
| <b>C</b> ircuncentro | <b>Mediatrizes</b> |
| <b>O</b> rtocentro   | <b>Alturas</b>     |

1. Considere os pontos notáveis de um triângulo, sendo:

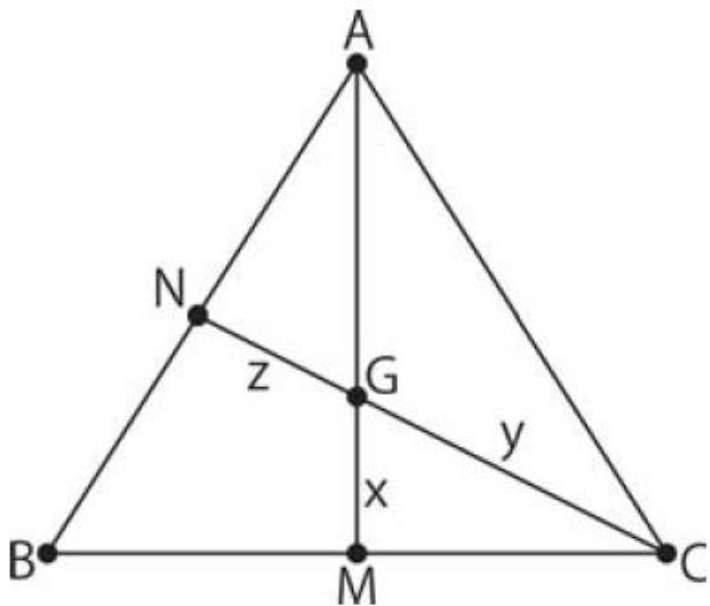
G - Baricentro  
C - Circuncentro  
I - Incentro  
O - Ortocentro

Preencha os parênteses com G, C, I ou O.

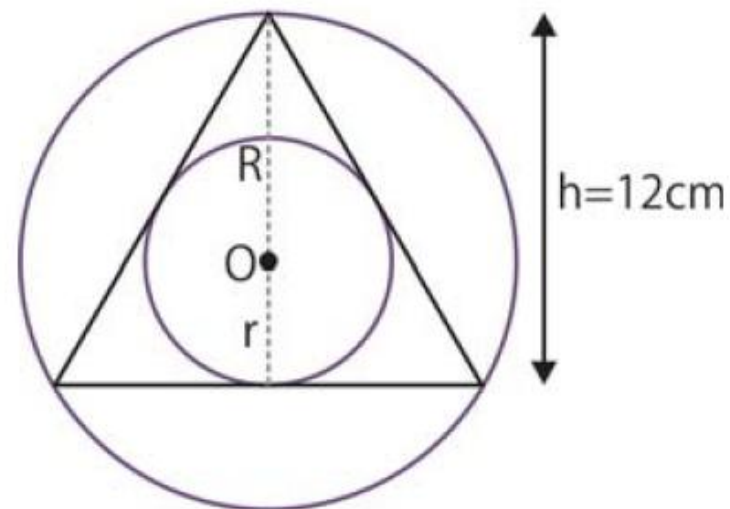
- a) ( ) Ponto de encontro das bissetrizes.
- b) ( ) Ponto de encontro das mediatrizes dos lados de um triângulo.
- c) ( ) Ponto de encontro das alturas de um triângulo.
- d) ( ) Centro da circunferência inscrita num triângulo.
- e) ( ) Centro da circunferência circunscrita a um triângulo.
- f) ( ) Ponto do plano de um triângulo e equidistante dos vértices desse triângulo.
- g) ( ) Ponto do plano de um triângulo e equidistante dos lados desse triângulo.

# GEOMETRIA PLANA

2. No triângulo ABC, da figura, AM e CN são medianas que se interceptam em G. Sendo  $AG = 10$  cm e  $CN = 18$  cm, calcule  $x$ ,  $y$  e  $z$ .



3. Determine o raio da circunferência inscrita e o raio da circunferência circunscrita no triângulo equilátero da figura abaixo.

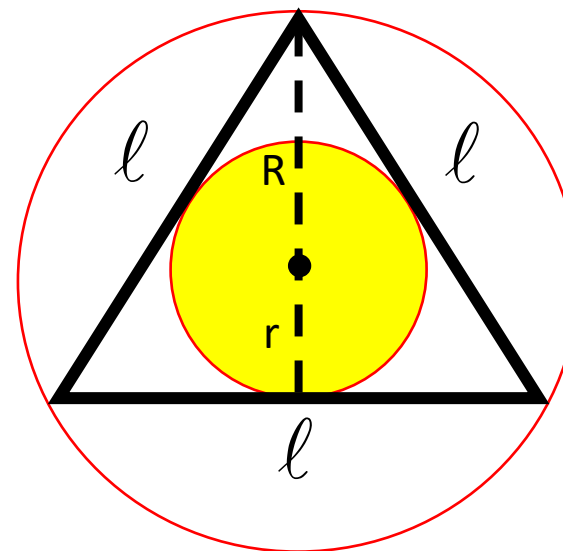
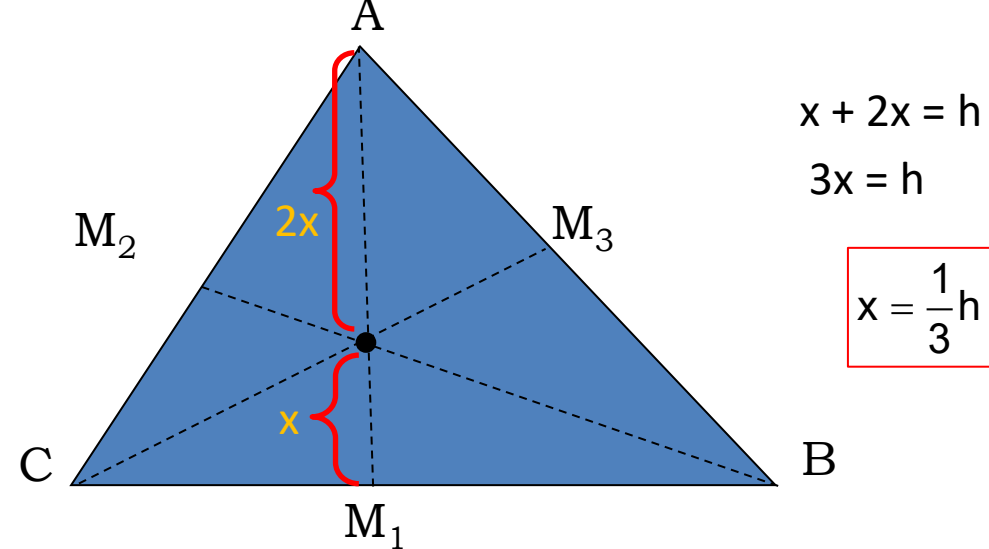


# PONTOS NOTÁVEIS DE UM TRIÂNGULO

| PONTOS NOTÁVEIS      | ENCONTRO DAS:      |
|----------------------|--------------------|
| <b>B</b> aricentro   | <b>Medianas</b>    |
| <b>I</b> ncentro     | <b>Bissetrizes</b> |
| <b>C</b> ircuncentro | <b>Mediatrizes</b> |
| <b>O</b> rtocentro   | <b>Alturas</b>     |

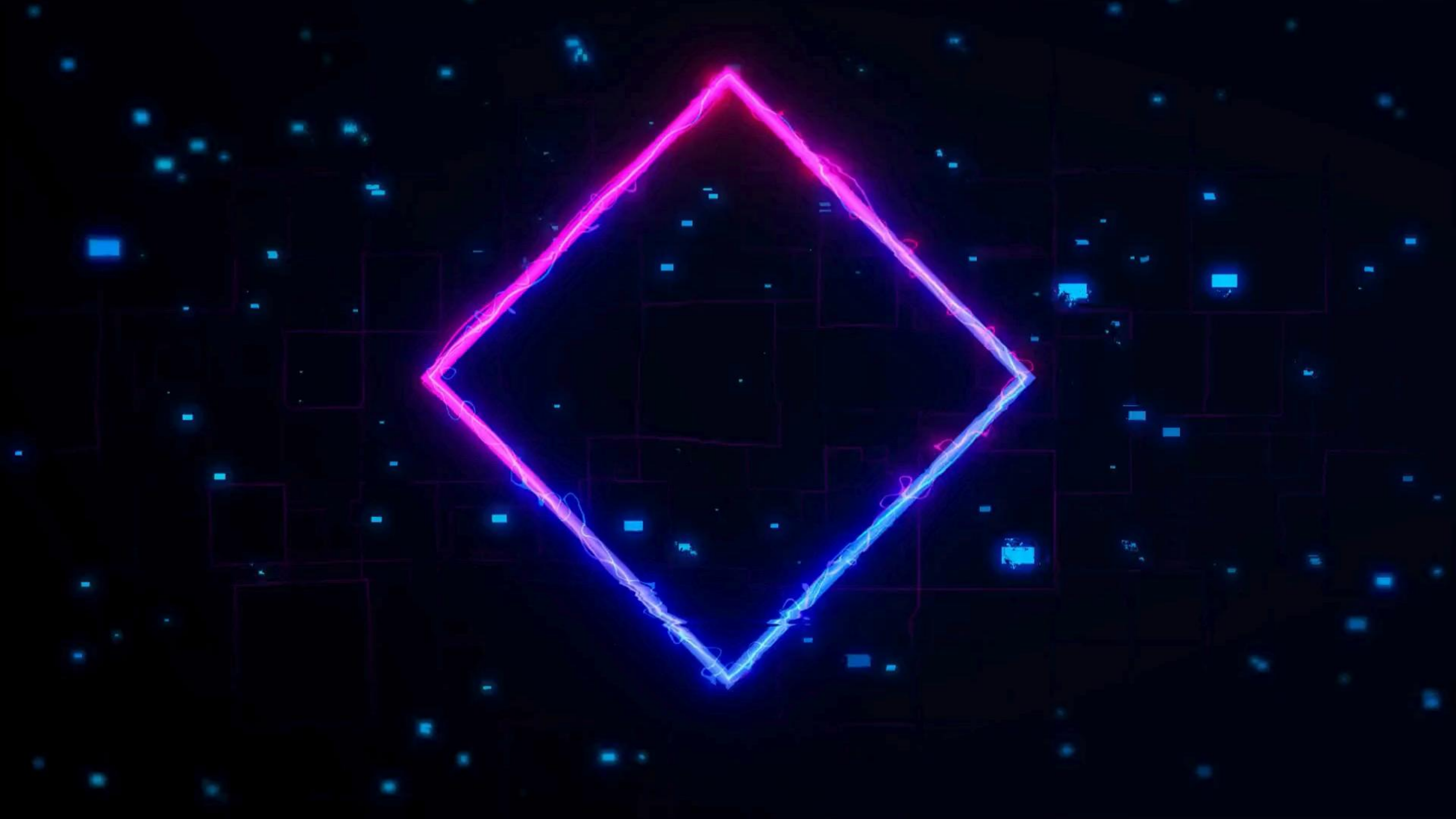
## Detalhes...

- 1) Os pontos notáveis num triângulo isósceles são sempre colineares.
- 2) Os pontos notáveis num triângulo equilátero são sempre coincidentes.



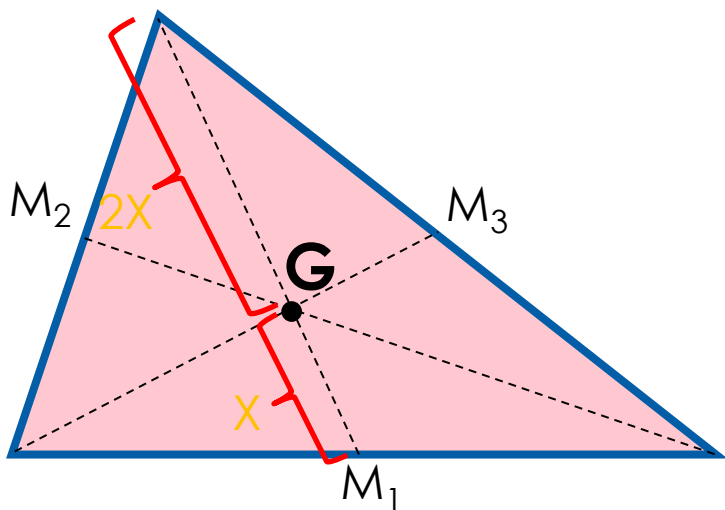
$$r = \frac{1}{3}h$$

$$R = \frac{2}{3}h$$



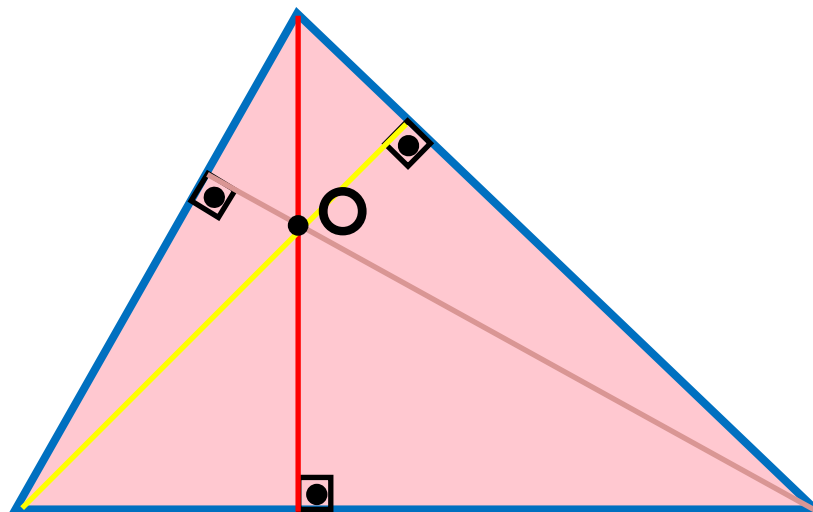
# GEOMETRIA PLANA

## Mediana - Baricentro



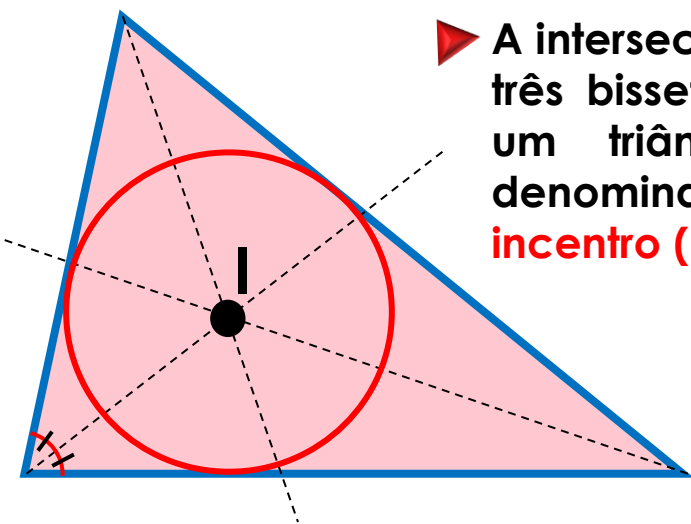
- ▶ O ponto de encontro das três medianas é o **baricentro (G)**
- ▶ O baricentro divide a mediana na razão de 2 para 1:

## Altura - Ortocentro



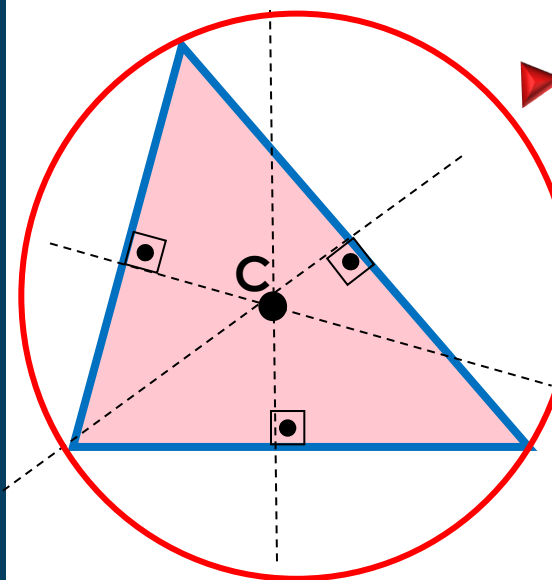
- ▶ O encontro das três alturas de um triângulo é chamado de **ortocentro (O)**

## Bissetriz interna - Incentro



- ▶ A intersecção das três bissetrizes de um triângulo é denominada de **incentro (I)**.

## Mediatriz - Circuncentro



- ▶ A intersecção das três mediatrizes é denominada **circuncentro (O)**.



# Quadriláteros Notáveis

Professor Ricardinho

▶ Matemática – Frente B

# Quadriláteros Notáveis



## Paralelogramos

- ▶ **Simplex**
- ▶ **Retângulo**
- ▶ **Losango**
- ▶ **Quadrado**



## Trapézios

- ▶ **Isósceles**
- ▶ **Escaleno**
- ▶ **Retângulo**

# Quadriláteros Notáveis

## Paralelogramos

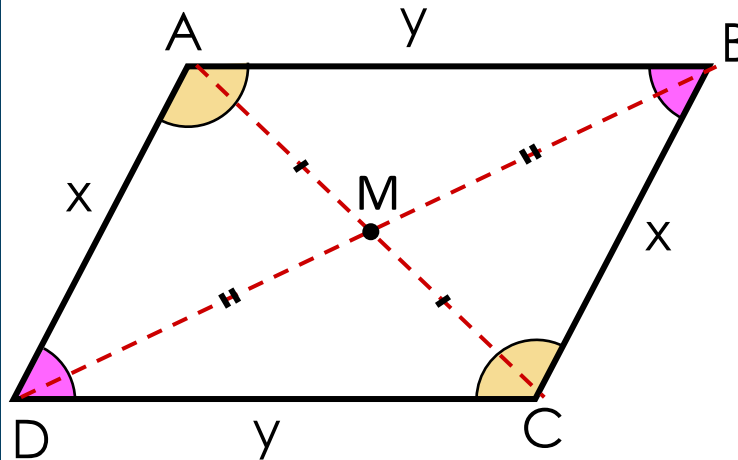
- ▶ Simples
- ▶ Retângulo
- ▶ Losango
- ▶ Quadrado

## Trapézios

- ▶ Isósceles
- ▶ Escaleno
- ▶ Retângulo

### ▶ Simples

- Lados opostos paralelos e congruentes
- Diagonais não congruentes
- Diagonais não bissetrizes

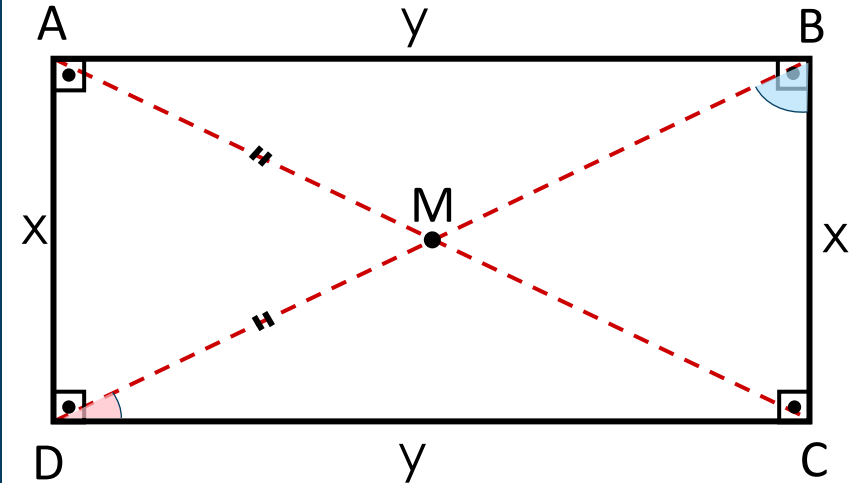


$$A + B = 180^\circ$$

$$B + C = 180^\circ$$

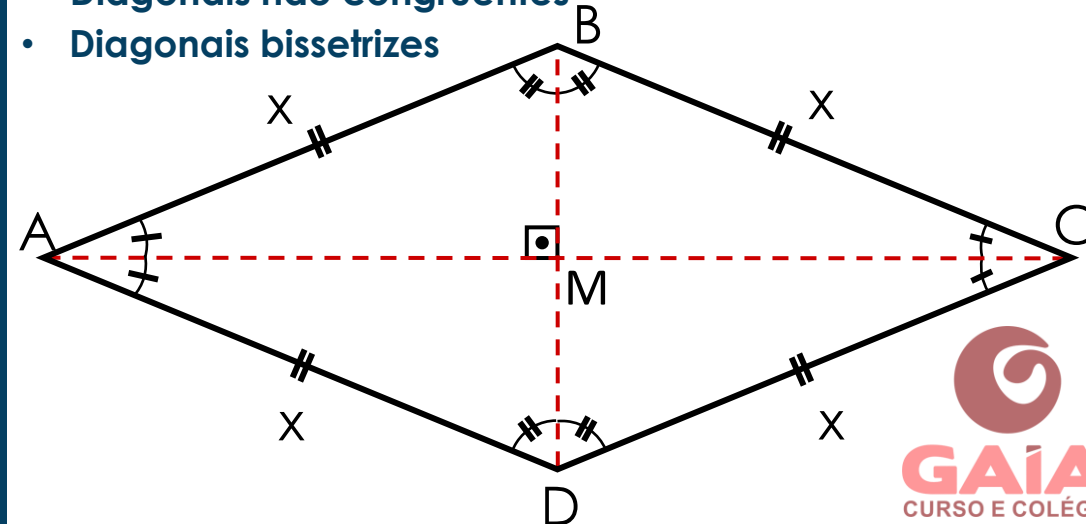
### ▶ Retângulo

- Lados opostos paralelos e congruentes
- Diagonais congruentes
- Diagonais não bissetrizes



### ▶ Losango

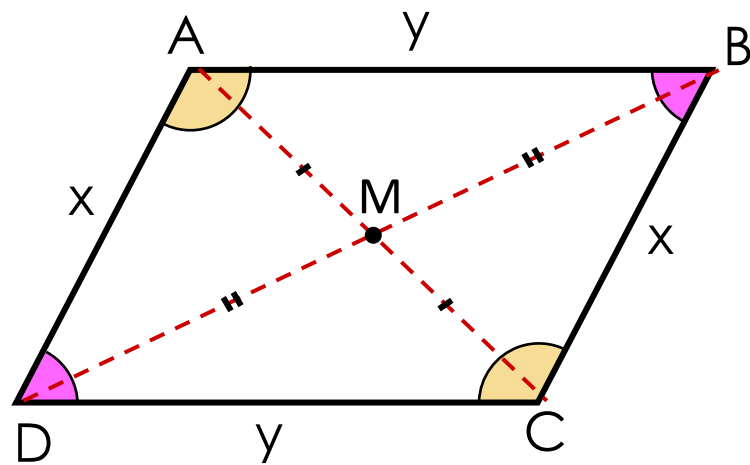
- Lados congruentes
- Diagonais não congruentes
- Diagonais bissetrizes



# Paralelogramos

## ► Simples

- Lados opostos paralelos e congruentes
- Diagonais não congruentes
- Diagonais não bissetrizes

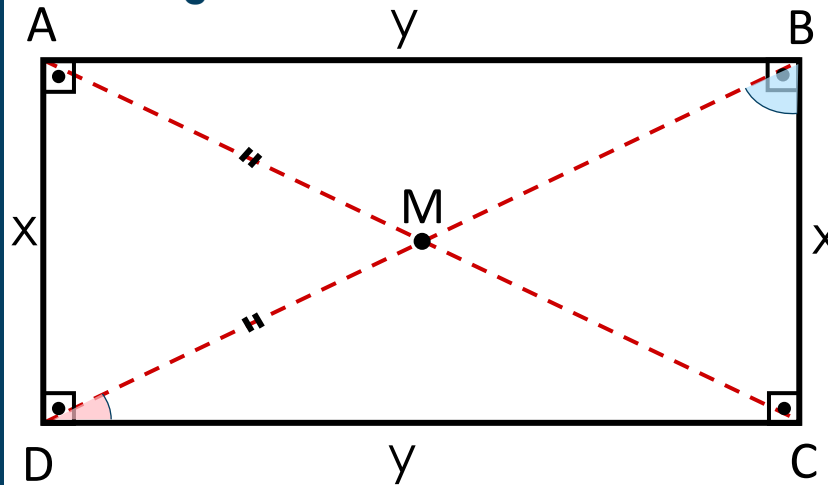


$$A + B = 180^\circ$$

$$B + C = 180^\circ$$

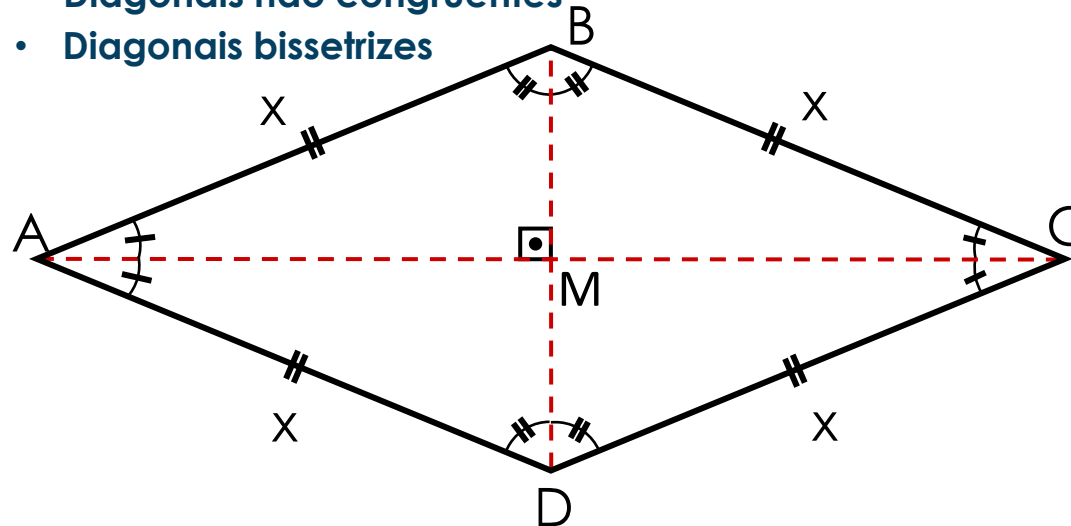
## ► Retângulo

- Lados opostos paralelos e congruentes
- Diagonais congruentes
- Diagonais não bissetrizes



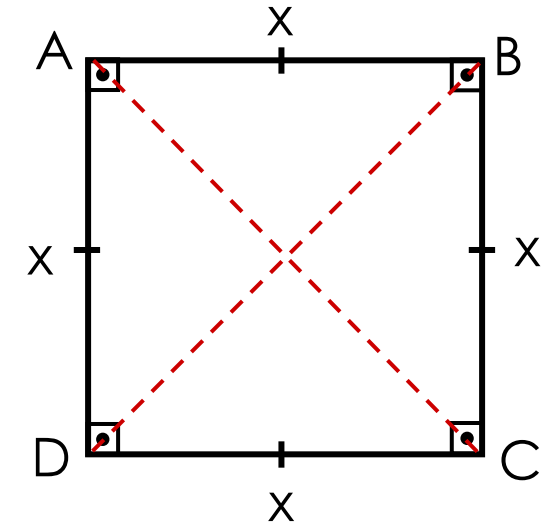
## ► Losango

- Lados congruentes
- Diagonais não congruentes
- Diagonais bissetrizes



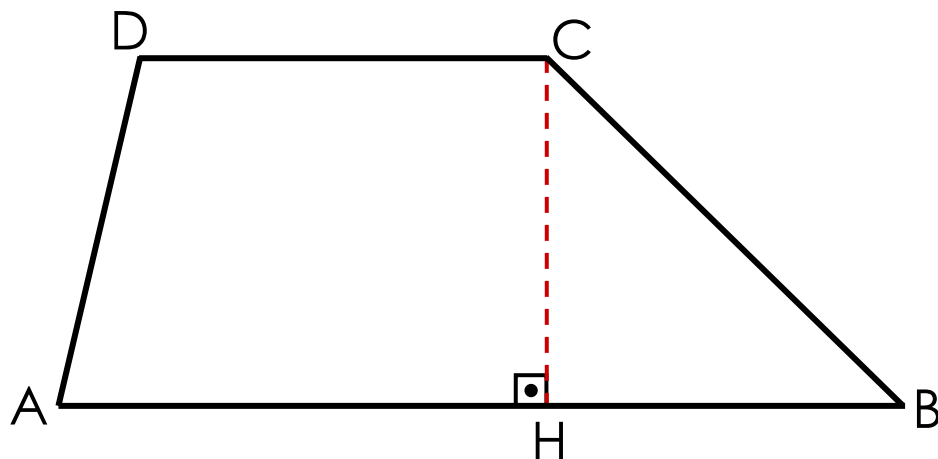
## ► Quadrado

- Lados congruentes
- Diagonais congruentes
- Diagonais bissetrizes



# Trapézios

- Chama-se trapézio todo quadrilátero que tem dois lados paralelos e os outros dois não-paralelos.

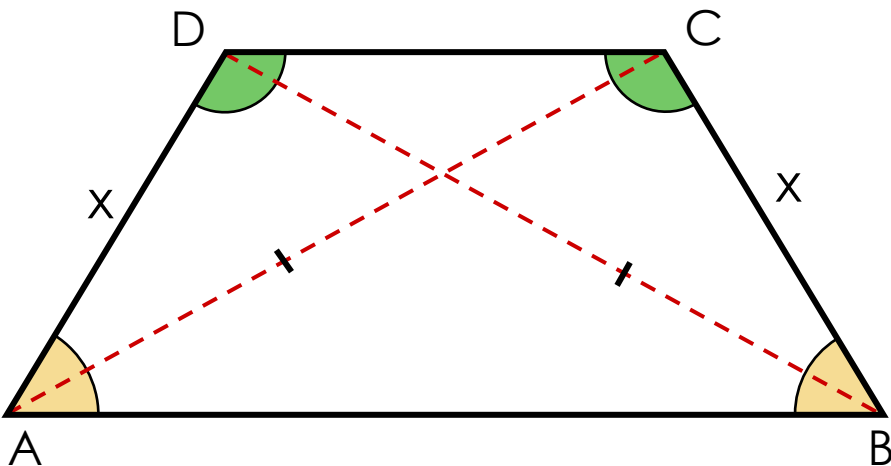


- ✓ Os lados paralelos AB e CD são as **bases** do trapézio;
- ✓ AD e BC são os lados não-paralelos.
- ✓ A distância entre as bases, CH, é a **altura** do trapézio.

# Trapézios

## ► Isósceles

- Lados não paralelos congruentes
- Diagonais congruentes



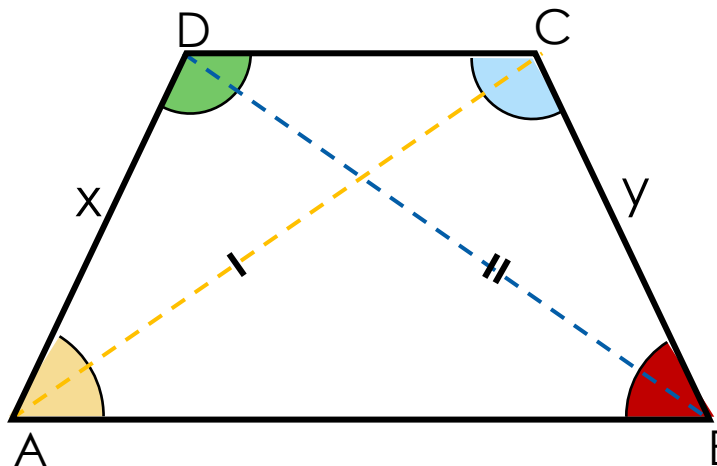
$$A = B \text{ e } C = D$$

$$A + D = 180^\circ$$

$$B + C = 180^\circ$$

## ► Isósceles

- Lados não paralelos não congruentes
- Diagonais não congruentes



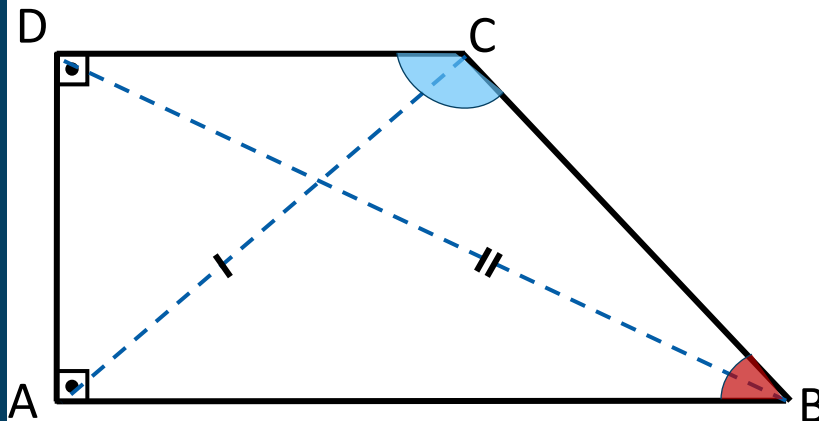
$$A \neq B \text{ e } C \neq D$$

$$A + D = 180^\circ$$

$$B + C = 180^\circ$$

## ► Retângulo

- Um dos lados perpendicular às bases
- Diagonais não congruentes



$$B + C = 180^\circ$$