

AULA
04

Equação do 2º grau

ASSISTA À AULA



Professor Ricardinho

▶ Matemática – Frente C

Equações do 2º grau



Forma: $ax^2 + bx + c = 0$



Resolução quando $b = 0$



Resolução quando $c = 0$



Resolução de equações completas

Resolução

Equações do 2º grau



Forma: $ax^2 + bx + c = 0$

Equações
incompletas

$$b = 0$$

Isola-se o termo
 x^2

Equações
incompletas

$$c = 0$$

Fatorar a
expressão



$$2x^2 - 128 = 0$$

$$2x^2 = 128$$

$$x^2 = 64$$

$$x = \pm\sqrt{64}$$

$$x_1 = 8 \quad \text{ou} \quad x_2 = -8$$

Raízes
simétricas



$$x^2 - 7x = 0$$

$$x(x - 7) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x - 7 = 0$$

$$x_1 = 0 \quad \text{ou} \quad x_2 = 7$$

Uma raiz
é nula



Fórmula Resolutiva

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{onde: } \Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta > 0$$

Raízes reais e diferentes

$$x_1 \neq x_2$$

$$\Delta = 0$$

Raízes reais e iguais

$$x_1 = x_2$$

$$\Delta < 0$$

Raízes não reais

$$x_1, x_2 \notin \mathbb{R}$$

Relações de Girard

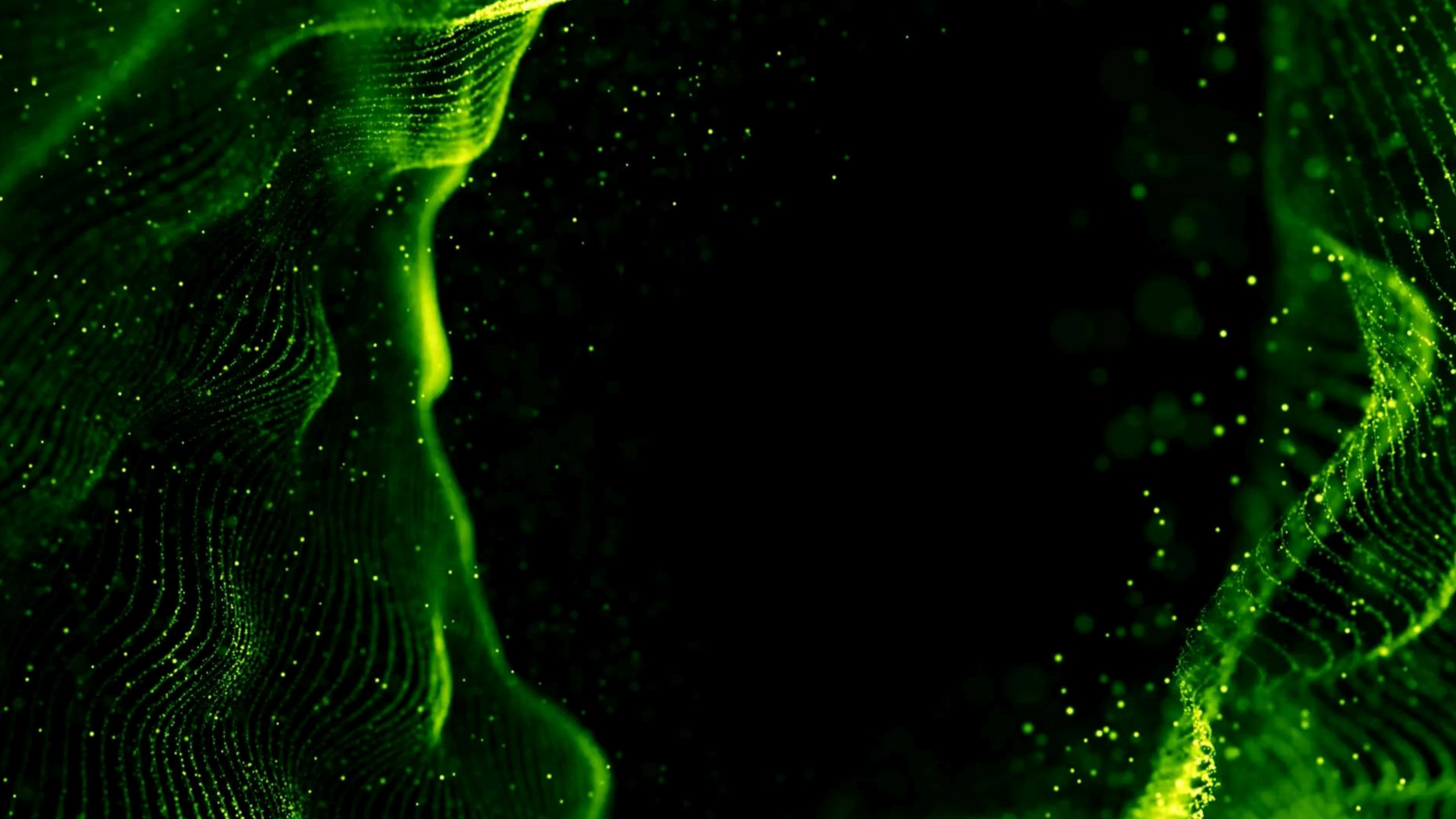
Equação do 2º grau: $ax^2 + bx + c = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Relações de Girard

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Equação	Soma	Produto	Raízes
$x^2 - 12x + 20 = 0$	12	20	2 e 10
$x^2 - 7x + 12 = 0$	7	12	3 e 4
$x^2 - 6x + 9 = 0$	6	9	3 (raiz dupla)
$x^2 + x - 6 = 0$	-1	-6	-3 e 2
$x^2 - 5x - 36 = 0$	5	-36	9 e -4



Relações de Girard

Equação do 2º grau: $ax^2 + bx + c = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$\Delta = b^2 - 4ac$$

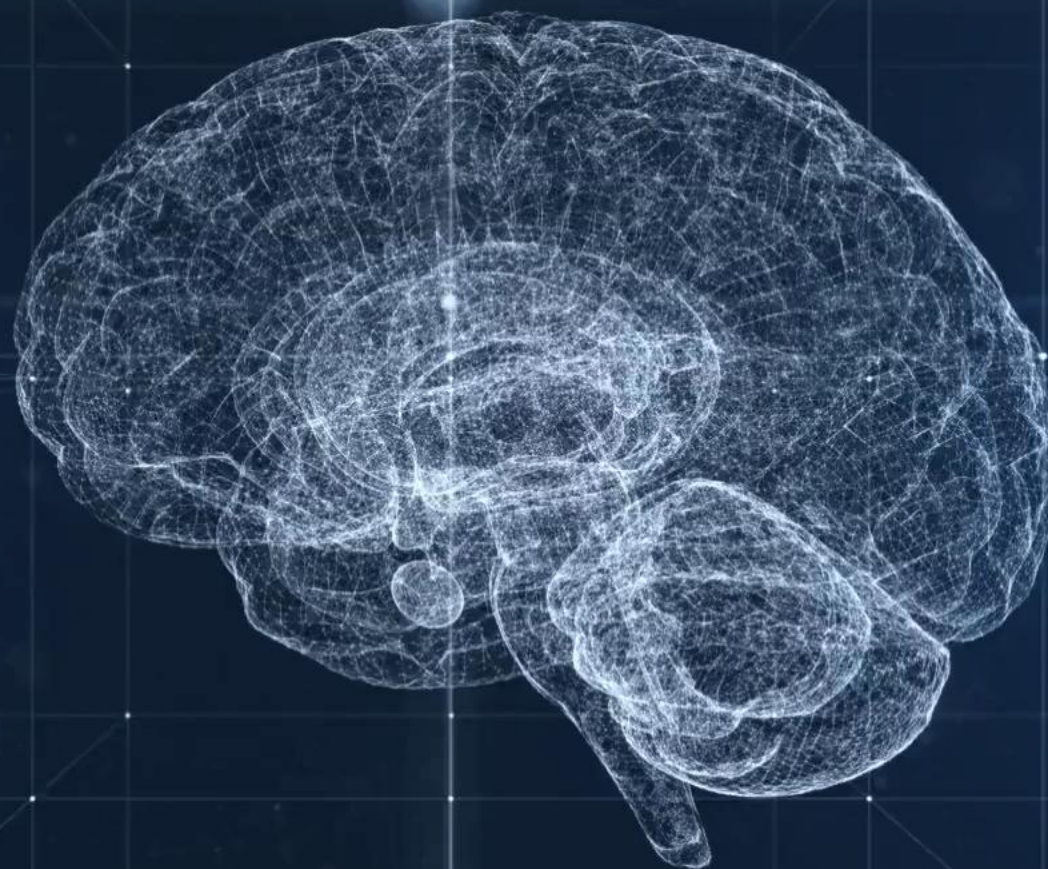
Relações de Girard

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Equação	Soma	Produto	Raízes
$x^2 - 10x + 24 = 0$	10	24	4 e 6
$x^2 - 8x + 15 = 0$	8	15	3 e 5
$x^2 - 4x - 5 = 0$	4	-5	-1 e 5
$x^2 + 2x - 80 = 0$	-2	-80	-10 e 8
$x^2 + 11x + 30 = 0$	-11	30	-6 e -5
$3x^2 - 7x + 2 = 0$	$\frac{7}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$ e 2
$2x^2 - 5x + 2 = 0$	$\frac{5}{2}$	1	$\frac{1}{2}$ e 2

2. Sendo x_1 e x_2 as raízes da equação $2x^2 - 9x + 8 = 0$, determine:

a) $x_1 + x_2$ b) $x_1 \cdot x_2$ c) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$



▶ Se a equação $x^2 + 2x - 8 = 0$ tem as raízes a e b então o valor de $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)^2$ é:

A - 1/16

B -1/4

C 1/16

D 1/4

E 1



$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta > 0$$

Raízes reais e diferentes
 $x_1 \neq x_2$

$$\Delta = 0$$

Raízes reais e iguais
 $x_1 = x_2$

$$\Delta < 0$$

Raízes não reais
 $x_1, x_2 \notin \mathbb{R}$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Equações
incompletas

$$b = 0$$

Isola-se o termo
 x^2

▶ Raízes
simétricas

Equações
incompletas

$$c = 0$$

Fatorar a
expressão

▶ Uma raiz é
nula

TAREFA MÍNIMA

1; 2; 3; 4; 5; 8; 9; 12 e 19



GAIA
CURSO E COLÉGIO

AULA
05

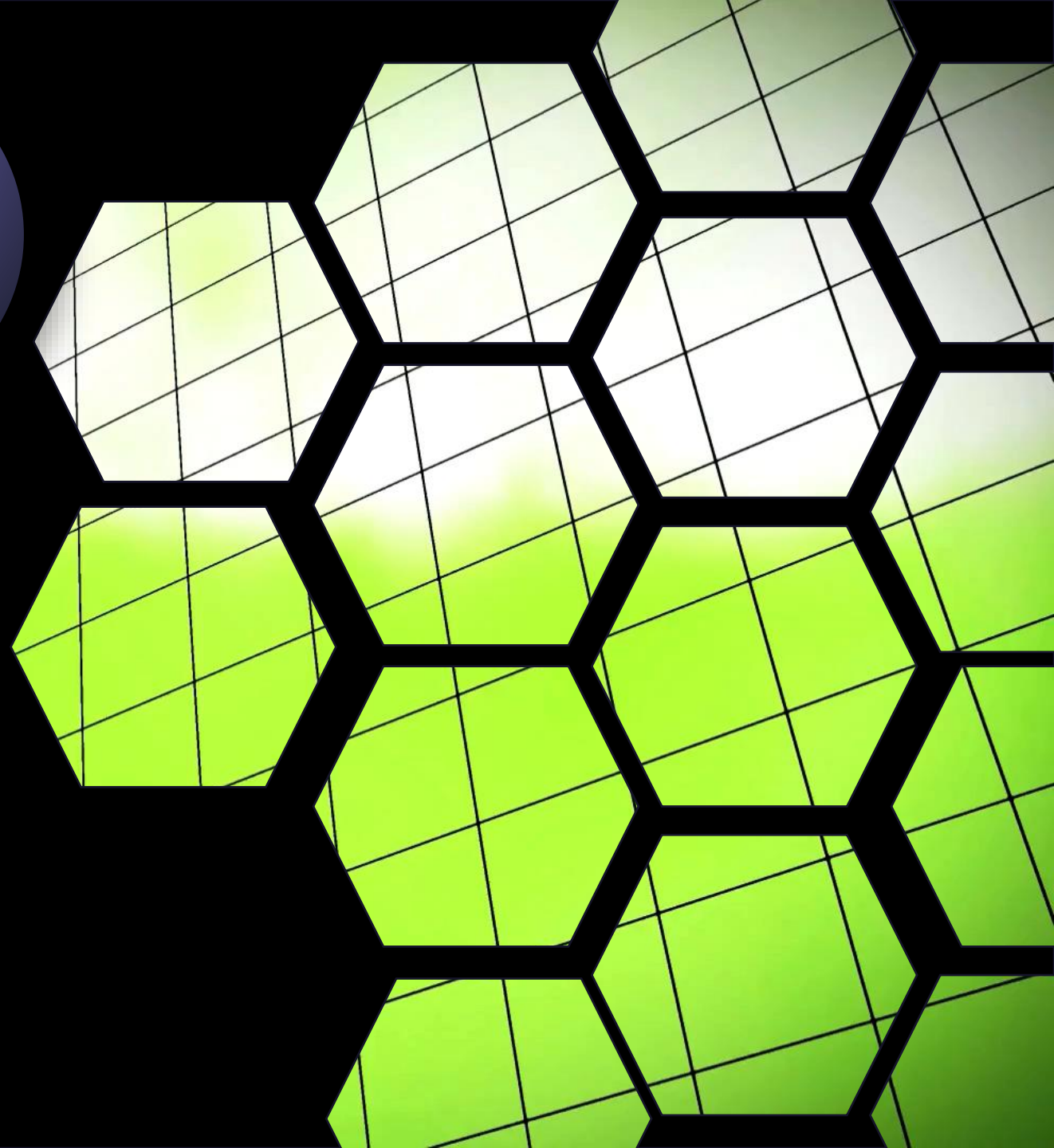
Equações especiais

ASSISTA À AULA



Professor Ricardinho

► Matemática – Frente C



$ax^2 + bx + c = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$\Delta > 0$

Raízes reais e diferentes
 $x_1 \neq x_2$

$\Delta = 0$

Raízes reais e iguais
 $x_1 = x_2$

$\Delta < 0$

Raízes não reais
 $x_1, x_2 \notin \mathbb{R}$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Equações
incompletas

$b = 0$

Isola-se o termo
 x^2

▶ Raízes
simétricas

Equações
incompletas

$c = 0$

Fatorar a
expressão

▶ Uma raiz é
nula

Equações Especiais



Equação Biquadrada

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

$$x^2 = t$$

$$t^2 - 13t + 36 = 0$$

$$t_1 = 9 \text{ ou } t_2 = 4$$

$$x^2 = 9$$

$$x^2 = 4$$

$$x_1 = 3 \quad x_3 = 2$$

ou ou

$$x_2 = -3 \quad x_4 = -2$$

$$x^6 - 7x^3 - 8 = 0$$

$$x^3 = t$$

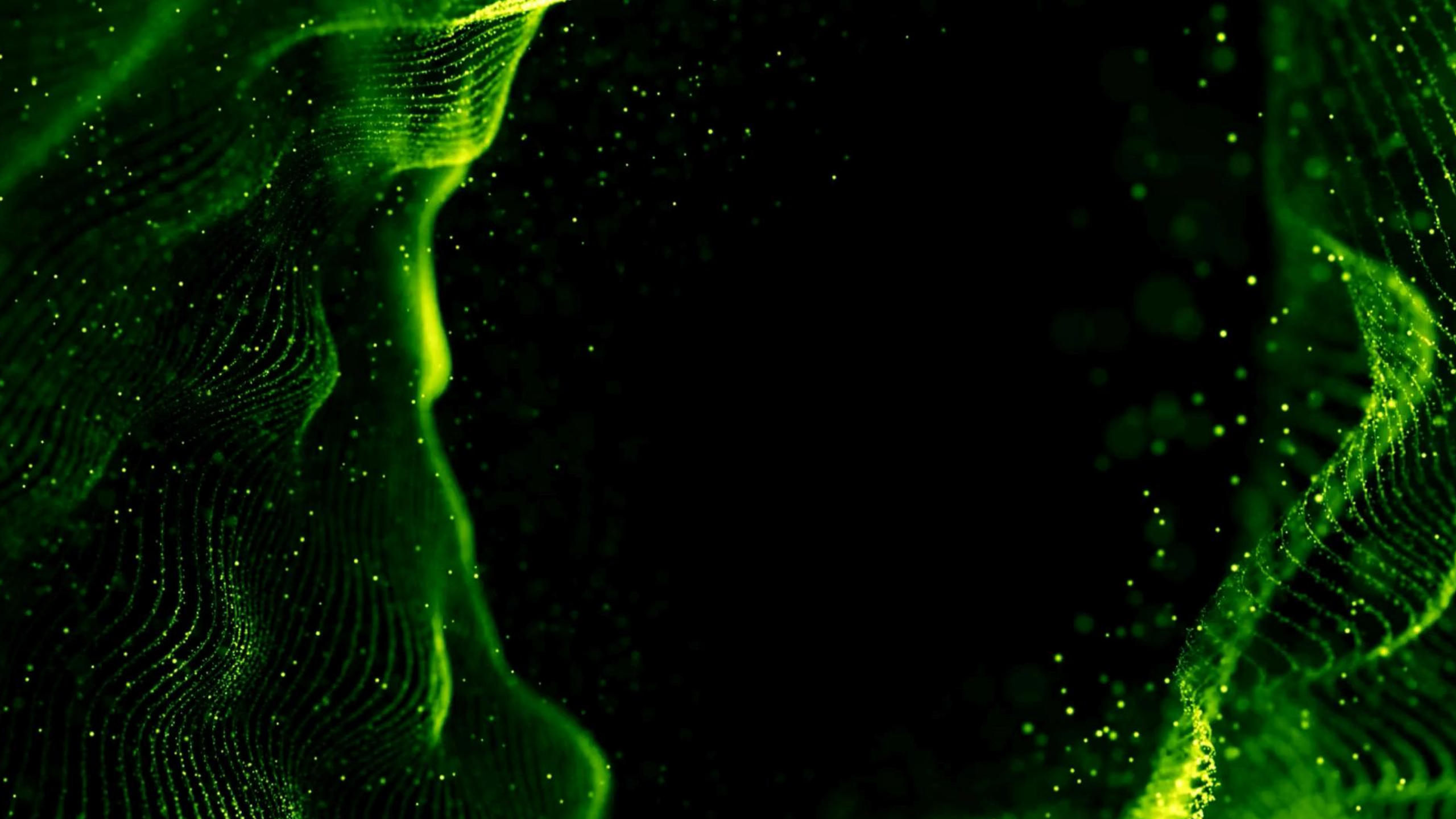
$$t^2 - 7t - 8 = 0$$

$$t_1 = 8 \text{ ou } t_2 = -1$$

$$x^3 = 8$$

$$x^3 = -1$$

$$x_1 = 2 \text{ ou } x_2 = -1$$



Exercícios de sala

1. Se x_1, x_2, x_3 e x_4 são as raízes da equação $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$, então o valor da expressão $\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2}$ é igual a:

Equações Especiais



Equação Biquadrada

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

$$x^2 = t$$

$$t^2 - 13t + 36 = 0$$

$$t_1 = 9 \text{ ou } t_2 = 4$$

$$x^2 = 9$$

$$x^2 = 4$$

$$x_1 = 3 \quad x_3 = 2$$

ou ou

$$x_2 = -3 \quad x_4 = -2$$

$$x^6 - 7x^3 - 8 = 0$$

$$x^3 = t$$

$$t^2 - 7t - 8 = 0$$

$$t_1 = 8 \text{ ou } t_2 = -1$$

$$x^3 = 8$$

$$x^3 = -1$$

$$x_1 = 2 \text{ ou } x_2 = -1$$



Equação Irracional

$$\sqrt{x - 5} - 4 = 0$$

$$\sqrt{x - 5} = 4$$

$$(\sqrt{x - 5})^2 = (4)^2$$

$$x - 5 = 16$$

$$x = 21$$

Após verificação:

$$S = \{21\}$$

$$\sqrt{4x + 5} - x = 0$$

$$\sqrt{4x + 5} = x$$

$$(\sqrt{4x + 5})^2 = (x)^2$$

$$4x + 5 = x^2$$

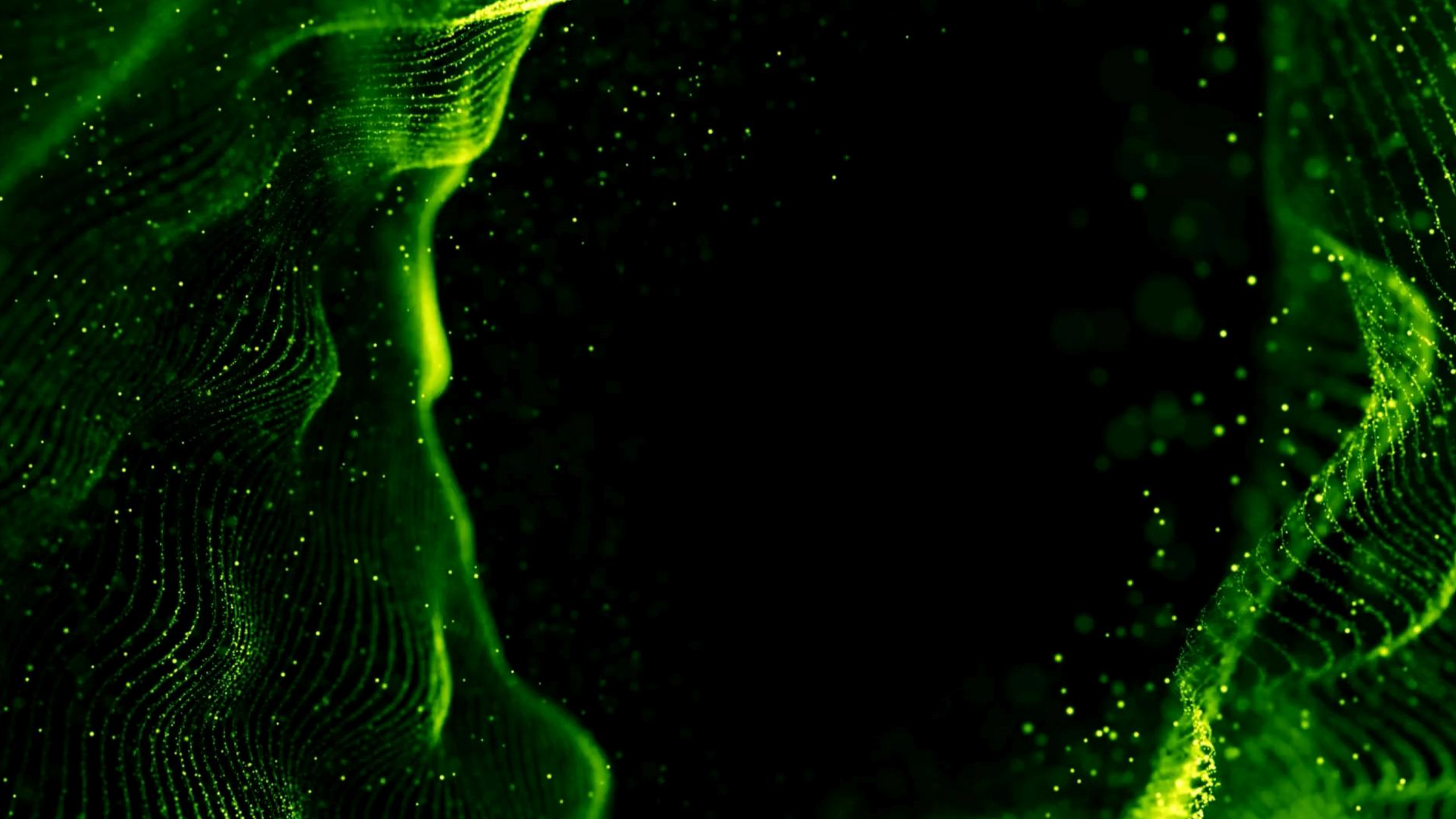
$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$x_1 = 5 \text{ ou } x_2 = -1$$

Após verificação:

$$S = \{5\}$$





Exercícios de sala

3. A equação irracional $\sqrt{x+3} = x-3$ resulta em x igual a:

4. Resolva, em $\mathbb{R}$, a equação: $\sqrt{2x^2+x-2} + x = 0$



Equações especiais



Equação Biquadrada

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

$$x^2 = t$$

$$t^2 - 13t + 36 = 0$$

$$t_1 = 9 \text{ ou } t_2 = 4$$

$$x^2 = 9$$

$$x^2 = 4$$

$$x_1 = 3 \quad x_3 = 2$$

ou ou

$$x_2 = -3 \quad x_4 = -2$$

$$x^6 - 7x^3 - 8 = 0$$

$$x^3 = t$$

$$t^2 - 7t - 8 = 0$$

$$t_1 = 8 \text{ ou } t_2 = -1$$

$$x^3 = 8$$

$$x^3 = -1$$

$$x_1 = 2 \text{ ou } x_2 = -1$$



Equação Irracional

$$\sqrt{x - 5} - 4 = 0$$

$$\sqrt{x - 5} = 4$$

$$(\sqrt{x - 5})^2 = (4)^2$$

$$x - 5 = 16$$

$$x = 21$$

Após verificação:

$$S = \{21\}$$

$$\sqrt{4x + 5} - x = 0$$

$$\sqrt{4x + 5} = x$$

$$(\sqrt{4x + 5})^2 = (x)^2$$

$$4x + 5 = x^2$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$x_1 = 5 \text{ ou } x_2 = -1$$

Após verificação:

$$S = \{5\}$$



TAREFA MÍNIMA

1; 2; 3; 4; 5; 7; 9 e 17

AULA
06

MATRIZES

Conceitos iniciais

Parte I



ASSISTA À AULA

Parte II



ASSISTA À AULA

Professor Ricardinho

▶ Matemática – Frente C

Matrizes



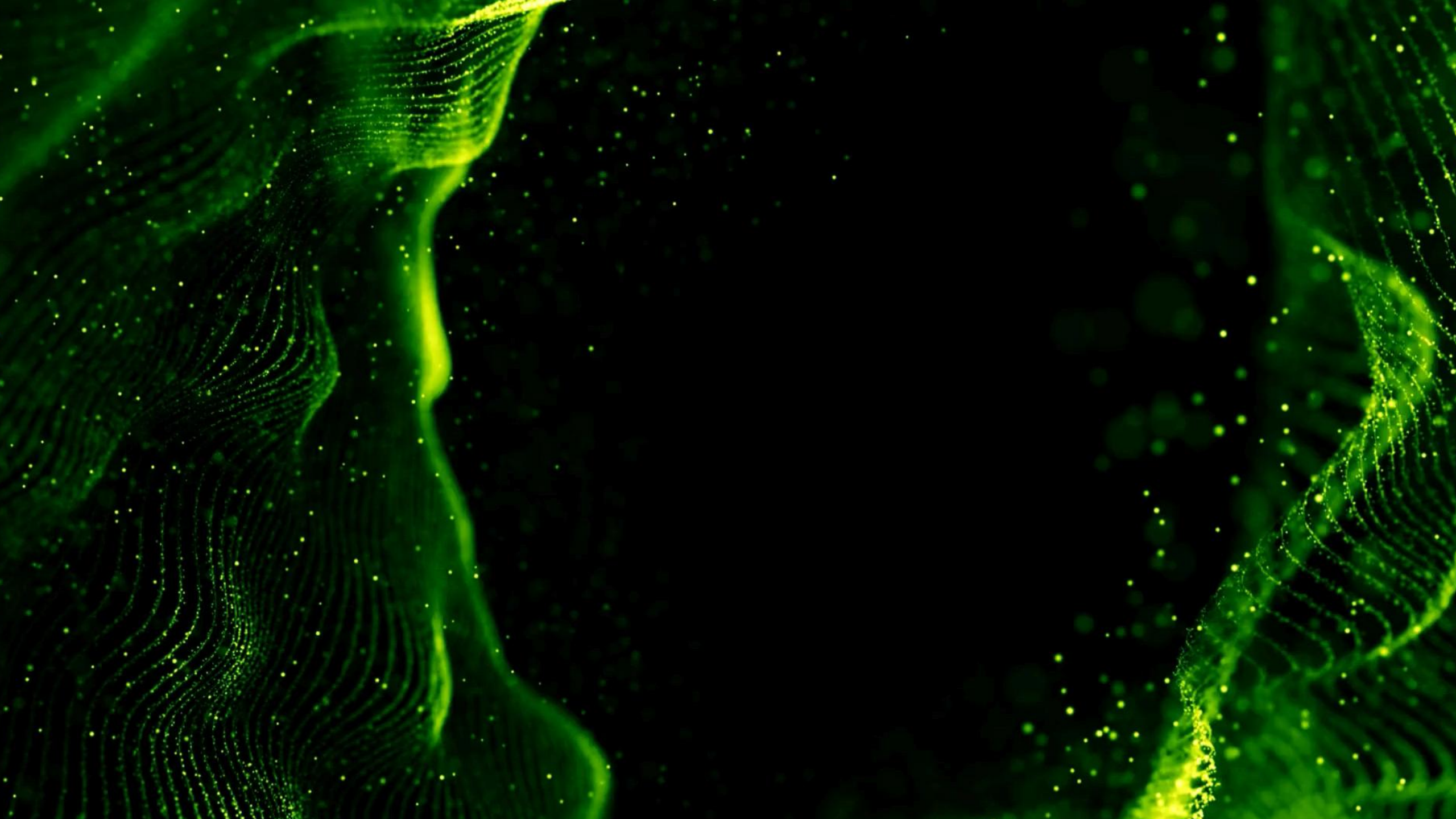
Uma matriz do tipo $m \times n$, é uma tabela formada por $m.n$ elementos dispostos em m linhas e n colunas. As matrizes são representadas através de parênteses (), colchetes [].

EXEMPLOS

$$A_{5 \times 2} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -1 \\ -8 & 2 \\ 6 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A = (a_{ij})_{m \times n}$$

$$B_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -5 \\ 3 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$



Matrizes

Notação Condensada



i indica a linha do elemento
 j indica a coluna do elemento

- Explicitar a matriz $M = (m_{ij})_{2 \times 3}$, em que $m_{ij} = 4i - j$.

$$M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \end{pmatrix}$$

✓ $m_{ij} = 4i - j$

$$m_{11} = 4 \cdot 1 - 1 = 3$$

$$m_{21} = 4 \cdot 2 - 1 = 7$$

✓ $m_{ij} = 4i - j$

$$m_{12} = 4 \cdot 1 - 2 = 2$$

$$m_{22} = 4 \cdot 2 - 2 = 6$$

✓ $m_{ij} = 4i - j$

$$m_{13} = 4 \cdot 1 - 3 = 1$$

$$m_{23} = 4 \cdot 2 - 3 = 5$$

Matrizes – Tipologia

Matriz Quadrada (A_n)

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

DIAGONAL
SECUNDÁRIA

$$i + j = n + 1$$

DIAGONAL
PRINCIPAL

$$i = j$$

Matriz Transposta

$$A_{2 \times 3} = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 8 \\ 7 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad A^t_{3 \times 2} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

Simétrica

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & 8 \\ 5 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A = A^t$$

Antissimétrica

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & -5 \\ -3 & 0 & -8 \\ 5 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A = -A^t$$

Matriz Identidade

$$I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Neutra na
multiplicação
 $A.I = A$
 $B.I = B$
 $C.I = C$

Matriz Triangular

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 8 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

Superior

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 5 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

Inferior

Matriz Diagonal

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

Matrizes – Operações

Operações com Matrizes

1. Adição e Subtração de Matrizes
2. Multiplicação de um n° real por uma matriz
3. Multiplicação de Matrizes
4. Inversão de Matrizes

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

$$A_{m \times n} \pm B_{m \times n} = C_{m \times n}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 1 \\ 6 & 2 & 9 \end{pmatrix}$$

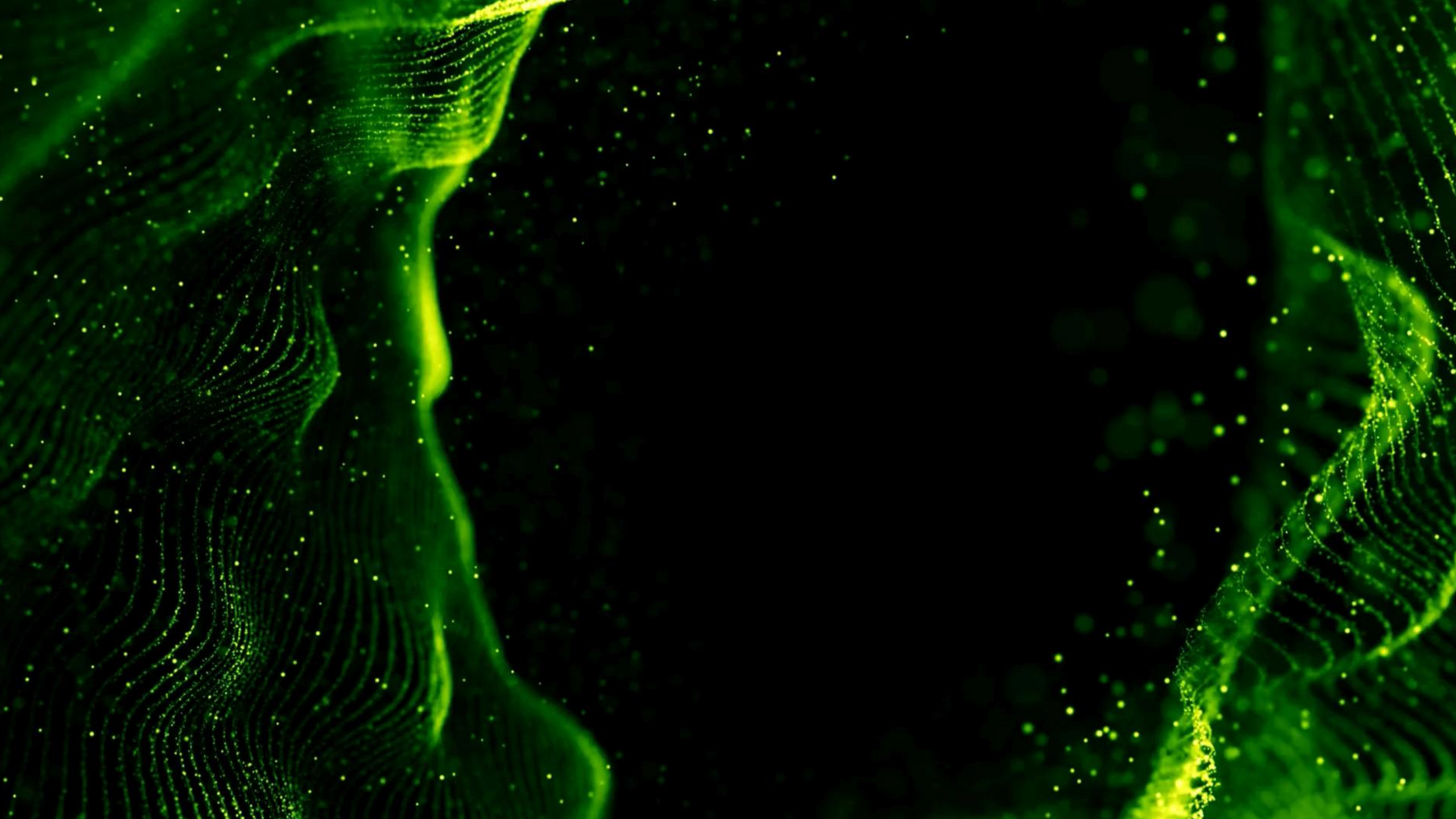
✓ **Comutativa:** $A + B = B + A$

MULTIPLICAÇÃO DE UM NÚMERO POR UMA MATRIZ

$$M = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$3.M = \begin{pmatrix} 3.(-2) & 3.1 \\ 3.3 & 3.2 \end{pmatrix}$$

$$3.M = \begin{pmatrix} -6 & 3 \\ 9 & 6 \end{pmatrix}$$



Matrizes – Operações

Operações com Matrizes

1. Adição e Subtração de Matrizes
2. Multiplicação de um n° real por uma matriz
3. Multiplicação de Matrizes
4. Inversão de Matrizes

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

$$A_{m \times n} \pm B_{m \times n} = C_{m \times n}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 1 \\ 6 & 2 & 9 \end{pmatrix}$$

✓ **Comutativa:** $A + B = B + A$

MULTIPLICAÇÃO DE UM NÚMERO POR UMA MATRIZ

$$M = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$3.M = \begin{pmatrix} 3.(-2) & 3.1 \\ 3.3 & 3.2 \end{pmatrix}$$

$$3.M = \begin{pmatrix} -6 & 3 \\ 9 & 6 \end{pmatrix}$$

Sendo $A = \begin{bmatrix} -1 & 7 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$,

então a matriz X , tal que $\frac{X-A}{2} = \frac{X+2B}{3}$, é igual:



Matrizes no Enem



Uma empresa avaliou os cinco aparelhos de celulares (T_1 , T_2 , T_3 , T_4 e T_5) mais vendidos no último ano, nos itens: câmera, custo-benefício, design, desempenho da bateria e tela, representados por (I_1 , I_2 , I_3 , I_4 e I_5), respectivamente. A empresa atribuiu notas de **0** a **10** para cada item avaliado e organizou essas notas em uma matriz A, em que cada elemento a_{ij} significa a nota dada pela empresa ao aparelho T_i no item I_j . A empresa considera que o melhor aparelho de celular é aquele que obtém a maior soma das notas obtidas nos cinco itens avaliados.

$$a_{34} = 7$$

$T_3 I_4$

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 9 & 9 & 9 & 8 \\ 9 & 6 & 7 & 8 & 10 \\ 7 & 10 & 10 & 7 & 10 \\ 8 & 8 & 10 & 10 & 9 \\ 8 & 8 & 8 & 9 & 9 \end{bmatrix}$$

T_1, T_2, T_3, T_4 e T_5 Aparelhos					Itens
I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	
câmera	custo-benefício	design	bateria	tela	
$T_1 \rightarrow 41$					
$T_2 \rightarrow 40$					
$T_3 \rightarrow 44$					
$T_4 \rightarrow 45$					
$T_5 \rightarrow 42$					

Com base nessas informações, o aparelho de celular que a empresa avaliou como sendo o melhor é o

- a) T_1 b) T_2 c) T_3 d) T_4 e) T_5

Resposta: d



Matrizes – Tipologia

Matriz Quadrada (A_n)

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

DIAGONAL
SECUNDÁRIA

$$i + j = n + 1$$

DIAGONAL
PRINCIPAL

$$i = j$$

TAREFA MÍNIMA

1; 2; 3; 4; 5; 7; 8; 10 e 16

Matriz Transposta

$$A_{2 \times 3} = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 8 \\ 7 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad A^t_{3 \times 2} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

Simétrica

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & 8 \\ 5 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A = A^t$$

Antissimétrica

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & -5 \\ -3 & 0 & -8 \\ 5 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A = -A^t$$

Matriz Identidade

$$I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Neutra na
multiplicação
 $A.I = A$
 $B.I = B$
 $C.I = C$

Matriz Triangular

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 8 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

Superior

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 5 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

Inferior

Matriz Diagonal

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$