

AULA
16

Sistemas Lineares

ASSISTA À AULA



Professor Ricardinho



Matemática – Frente C

Sistemas Lineares

$$x = \frac{\Delta X}{\Delta S}$$
$$y = \frac{\Delta Y}{\Delta S}$$
$$z = \frac{\Delta Z}{\Delta S}$$

Possível

Possível Determinado
(SPD)

$$\Delta s \neq 0$$

Possível Indeterminado
(SPI)

$$\Delta s = 0$$

$$\Delta x = 0$$

$$\Delta y = 0$$

Impossível (SI)

$$\Delta s = 0$$

$$\Delta x \neq 0 \text{ ou } \Delta y \neq 0$$

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 0x + y + 2z = 8 \\ 0x + 0y - z = -3 \end{cases}$$

Sistema possível
e determinado

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 0x - y + z = -1 \\ 0x + 0y + 0z = 0 \end{cases}$$

Sistema possível
e indeterminado

$$\begin{cases} x - y + z = 2 \\ 0x + 3y - z = -3 \\ 0x + 0y + 0z = 2 \end{cases}$$

Sistema
Impossível

Sistemas Lineares – nº incógnitas < nº equações

Resolução – Classificação - Discussão

Possível

Possível Determinado
(SPD)

Possível Indeterminado
(SPI)

Impossível (SI)

$$2x + 3y = 13$$

$$5x - 3y = 22$$

$$3x + 2y = 8$$

$$3. \quad + \quad 2. \quad = 8$$

$$17 \neq 8$$

$$S = \emptyset$$

$$7x = 35$$

$$x = 5$$

$$y = 1$$

S.I

$$3x + y = 7$$

$$5x - y = 9$$

$$3x + 2y = 8$$

$$3. \quad + \quad 2. \quad = 8$$

$$8 = 8$$

S.P.D

$$8x = 16$$

$$x = 2$$

$$y = 1$$

$$S = \{(2, 1)\}$$

$$2x + y = 5$$

$$4x + 2y = 10$$

$$6x + 3y = 15$$

Escalonando...

$$2x + y = 5$$

$$0x + 0y = 0$$

$$0x + 0y = 0$$

$$0x = 0$$

S.P.I

Sistemas Lineares – nº incógnitas > nº equações

Resolução – Classificação - Discussão

Possível

Possível
Determinado (SPD)

Possível
Indeterminado (SPI)

Impossível (SI)

$$x + 2y + 3z = 4 \quad x(-2)$$

$$2x + 4y + 6z = 8$$

$$x = 4 - 2y - 3z$$

$$S = \{(4, 0, 0)\}$$

$$x + 2y + 3z = 4$$

$$S = \{(2, 1, 0)\}$$

$$0x + 0y + 0z = 0$$

$$S = \{(-4, 1, 2)\}$$

Admite infinitas soluções

S.P.I

S.P.I com 2 variáveis livres

$$x + 2y + 3z = 4 \quad x(-2)$$

$$2x + 4y + 6z = 11$$

$$x + 2y + 3z = 4$$

$$0x + 0y + 0z = 3$$

S.I

Não admite solução

$$x + 2y + 3z = 4 \quad x(-2)$$

$$2x + 4y + 9z = 8$$

$$x = 4 - 2y$$

$$S = \{(4, 0, 0)\}$$

$$S = \{(2, 1, 0)\}$$

$$0x + 0y + 3z = 0$$

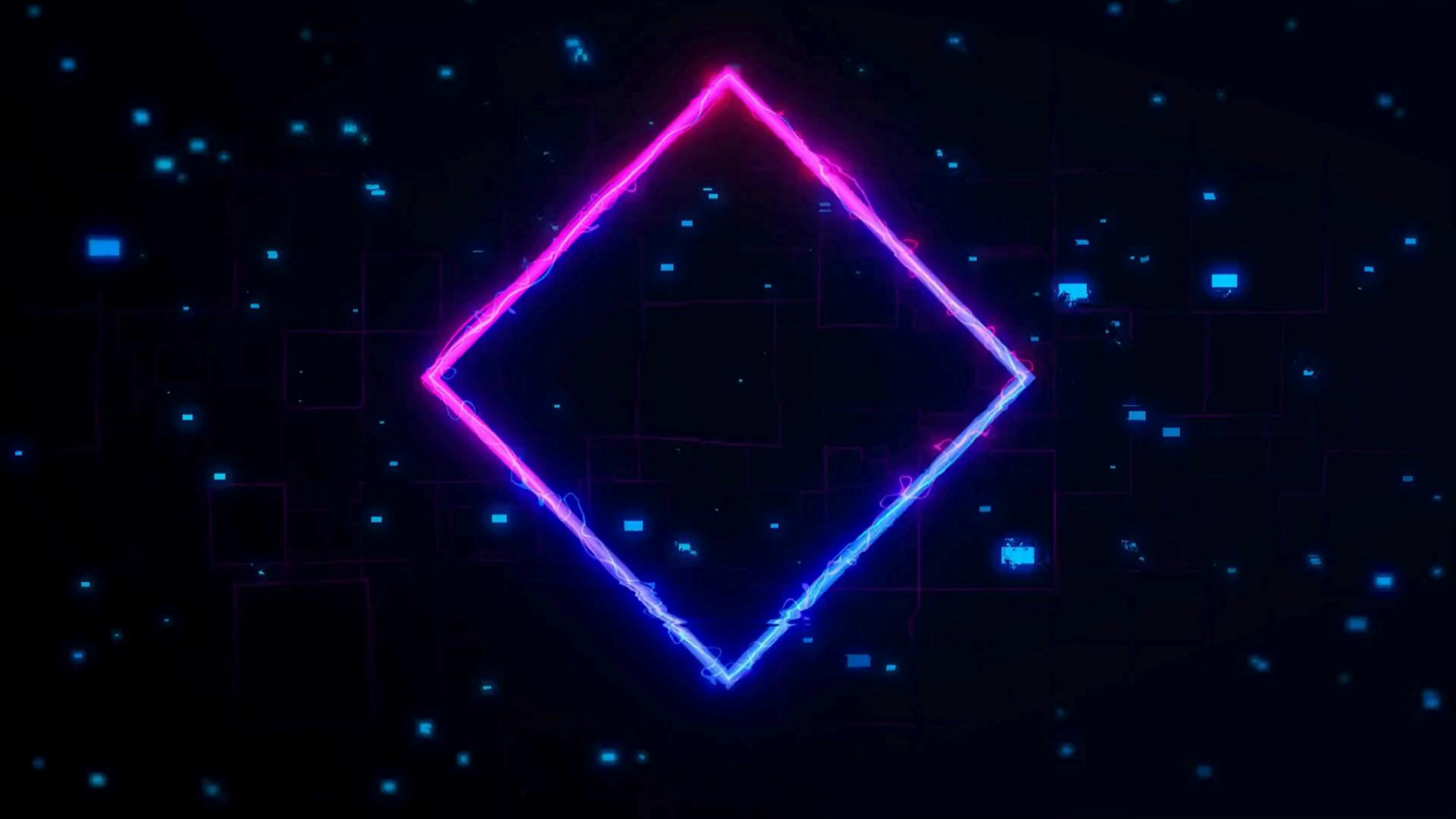
$$S = \{(0, 2, 0)\}$$

$$z = 0$$

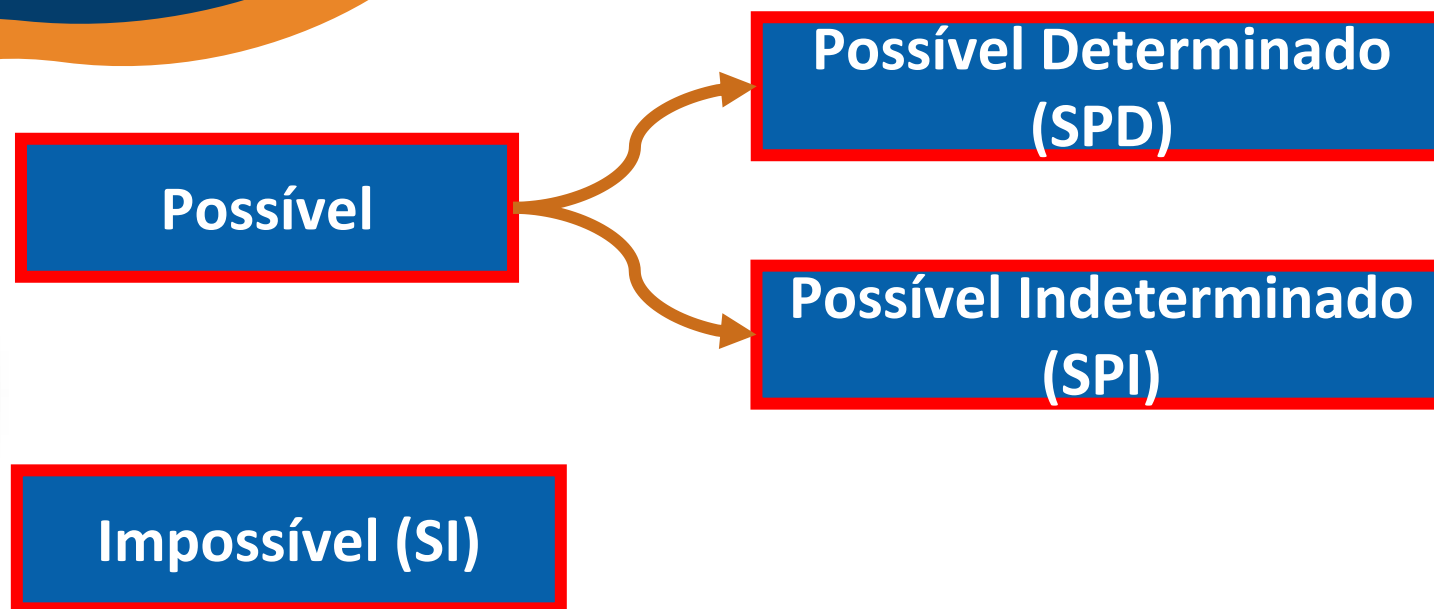
S.P.I com 1 variável livre

Admite infinitas soluções

S.P.I



Sistemas Lineares



$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 0x + y + 2z = 8 \\ 0x + 0y - z = -3 \end{cases}$$

**Sistema possível
e determinado**

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 0x - y + z = -1 \\ 0x + 0y + 0z = 0 \end{cases}$$

**Sistema possível
e indeterminado**

$$\begin{cases} x - y + z = 2 \\ 0x + 3y - z = -3 \\ 0x + 0y + 0z = 2 \end{cases}$$

**Sistema
Impossível**

**Tarefa
Mínima**

1, 2, 3, 4, 5,
7, 8, 10 e 14



Sistemas Lineares

ASSISTA À AULA



Professor Ricardinho



Matemática – Frente C

Sistemas Lineares

$$\begin{aligned}x &= \frac{\Delta X}{\Delta S} \\y &= \frac{\Delta Y}{\Delta S} \\z &= \frac{\Delta Z}{\Delta S}\end{aligned}$$

Possível

Possível Determinado
(SPD)

$$\Delta s \neq 0$$

Possível Indeterminado
(SPI)

$$\Delta s = 0$$

$$\Delta x = 0$$

$$\Delta y = 0$$

Impossível (SI)

$$\Delta s = 0$$

$$\Delta x \neq 0 \text{ ou } \Delta y \neq 0$$

$$\begin{cases}x + y + z = 6 \\ \textcolor{red}{0}x + y + 2z = 8 \\ \textcolor{red}{0}x + \textcolor{red}{0}y - z = -3\end{cases}$$

Sistema possível
e determinado

$$\begin{cases}x + y = 1 \\ \textcolor{red}{0}x - y + z = -1 \\ \textcolor{red}{0}x + \textcolor{red}{0}y + \textcolor{red}{0}z = 0\end{cases}$$

Sistema possível
e indeterminado

$$\begin{cases}x - y + z = 2 \\ \textcolor{red}{0}x + 3y - z = -3 \\ \textcolor{red}{0}x + \textcolor{red}{0}y + \textcolor{red}{0}z = 2\end{cases}$$

Sistema
Impossível

Sistemas Lineares Homogêneos

$$a) \begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ 4x + 5y = 0 \end{cases}$$

$$\Delta S = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 7$$

$$\Delta X = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Delta Y = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 0$$

$$x = \frac{\Delta X}{\Delta S} = \frac{0}{7} = 0$$

$$y = \frac{\Delta Y}{\Delta S} = \frac{0}{7} = 0$$

$$S = \{(0, 0)\}$$

Possível e determinado

$$b) \begin{cases} x + y = 0 \\ 2x + 2y = 0 \end{cases}$$

$$\Delta S = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Delta X = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Delta Y = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$x = \frac{\Delta X}{\Delta S} = \frac{0}{0}$$

$$y = \frac{\Delta Y}{\Delta S} = \frac{0}{0}$$

Infinitas soluções

Possível e indeterminado

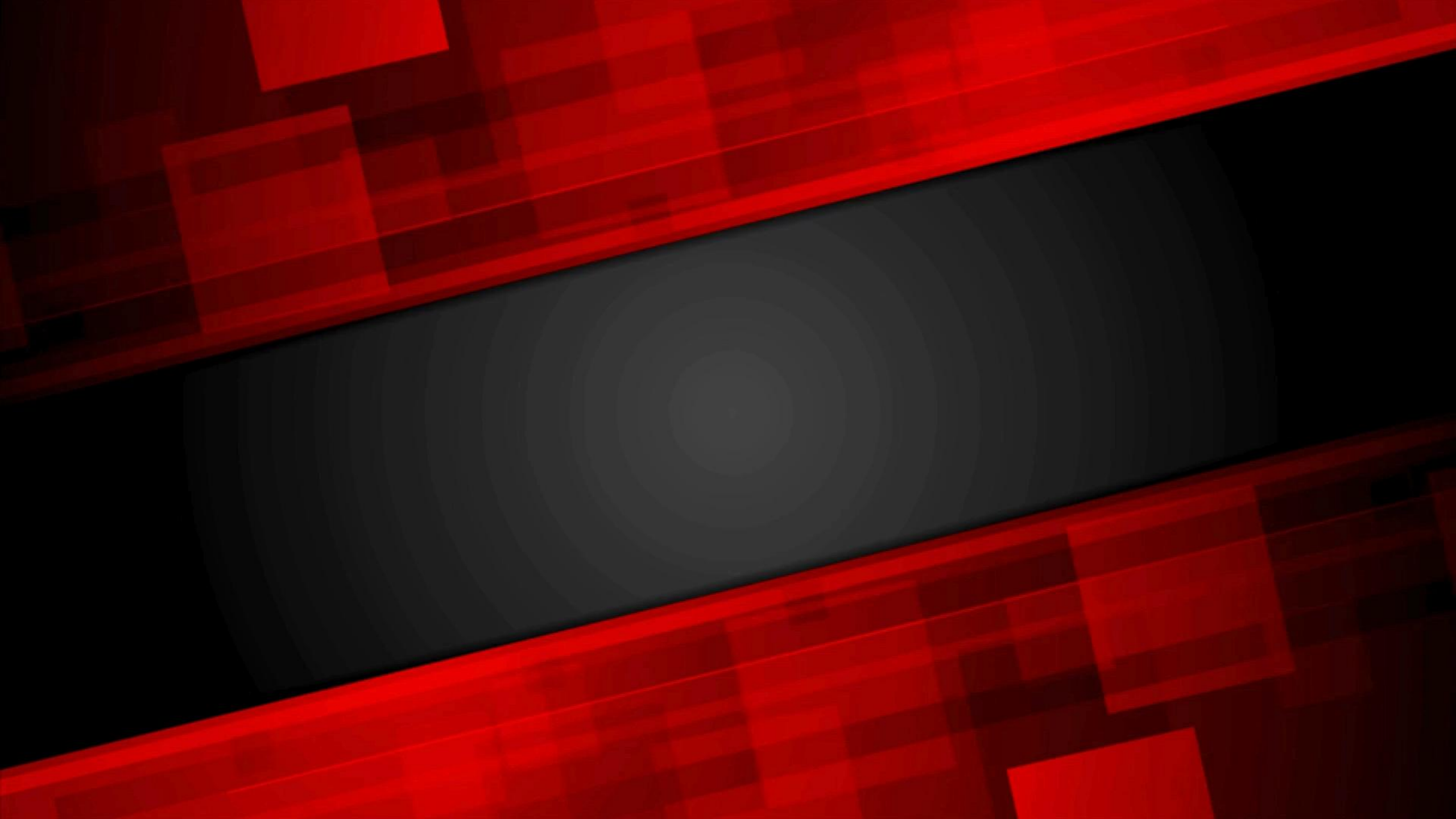
Sistemas homogêneos

▶ Sempre possível

▶ Sempre admite solução trivial (0, 0)

▶ S.P.D
 $\det S \neq 0$

▶ S.P.I
 $\det S = 0$



Sistemas Lineares Homogêneos

*Sistemas
homogêneos*



▶ Sempre possível

▶ Sempre admite
solução trivial $(0, 0)$

▶ S.P.D
 $\det S \neq 0$

▶ S.P.I
 $\det S = 0$

01) Em relação ao sistema linear $\begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ 2x + 5y + 7z = 0 \\ 3x + 7y + 10z = 0 \end{cases}$ correto afirmar:

- a) é impossível
- b) é possível e determinado
- c) não admite a solução trivial
- d) admite infinitas soluções
- e) admite a solução $(1, 0, 3)$

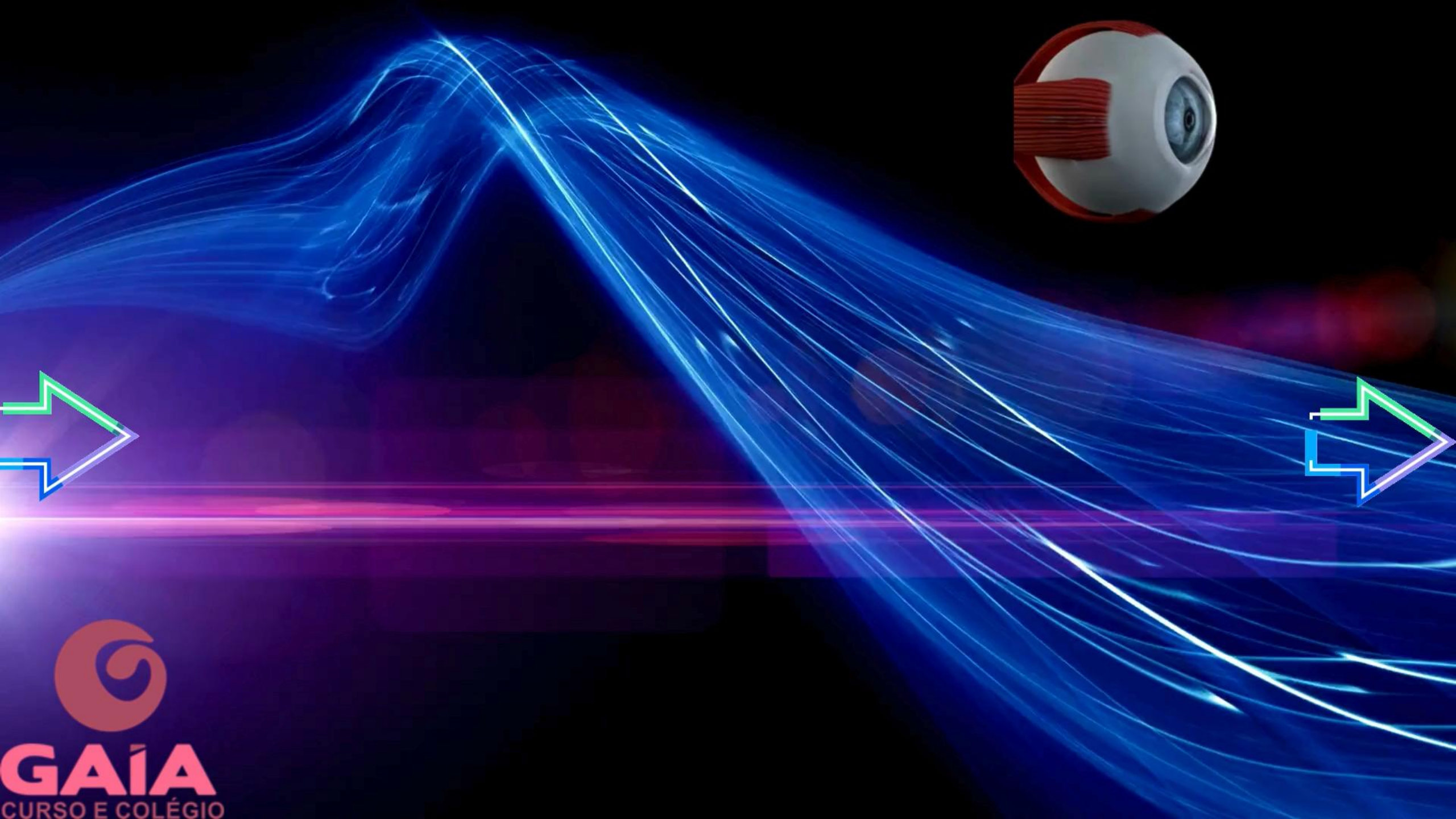
d

02) Determine os valores de k para que o sistema abaixo, admita apenas a solução trivial :

$$\begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 3x + ky = 0 \\ 2x + y - z = 0 \end{cases}$$

$k \neq -3$





Sistemas Lineares Homogêneos



SISTEMA
ACAFE

3. O sistema linear é indeterminado para:

$$\begin{cases} -x + 2y = 0 \\ 2x + z = 0 \\ x + mz = 0 \end{cases}$$

- a) $m = 0,5$.
- b) $m = 2$.
- c) $m = -1$.
- d) $m = 1$.

a

Sistemas
homogêneos



- ▶ Sempre possível
- ▶ Sempre admite solução trivial $(0, 0)$
- ▶ S.P.D
 $\det S \neq 0$
- ▶ S.P.I
 $\det S = 0$

Sistemas Lineares Homogêneos

Sistemas homogêneos



SISTEMA
ACAFE

Dado o sistema de equação abaixo, analise as afirmações a seguir.

$$\begin{cases} v - x + y - z + w = 0 \\ v + x + y + z - w = 0 \\ v - x - y - z - w = 0 \\ 3v - x + y - z - w = 0 \\ 2v - 2x + 3y - 2z + aw = 0 \end{cases}$$

$$\Delta S = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & -2 & 3 & -2 & a \end{vmatrix}$$

$$\Delta S = 0$$

- I. O sistema é homogêneo.
- II. O sistema será possível e indeterminado para qualquer valor de a .
- III. O sistema não admite a solução trivial.
- IV. O sistema será possível e determinado para $a = -2$

- a) Apenas I e II são verdadeiras
- b) Apenas I, III e IV são verdadeiras
- c) Apenas a afirmação IV é verdadeira
- d) Todas as afirmações são verdadeiras

a

Sistemas Lineares Homogêneos

Sistemas homogêneos

- ▶ Sempre possível
- ▶ Sempre admite solução trivial $(0, 0)$
- ▶ S.P.D
 $\det S \neq 0$
- ▶ S.P.I
 $\det S = 0$



UFSC – VERDADEIRO OU FALSO

O sistema $\begin{cases} 2x + 4y - 2z = 0 \\ x + 2y - z = 0 \\ 3x - y + z = 0 \end{cases}$ admite uma única solução.

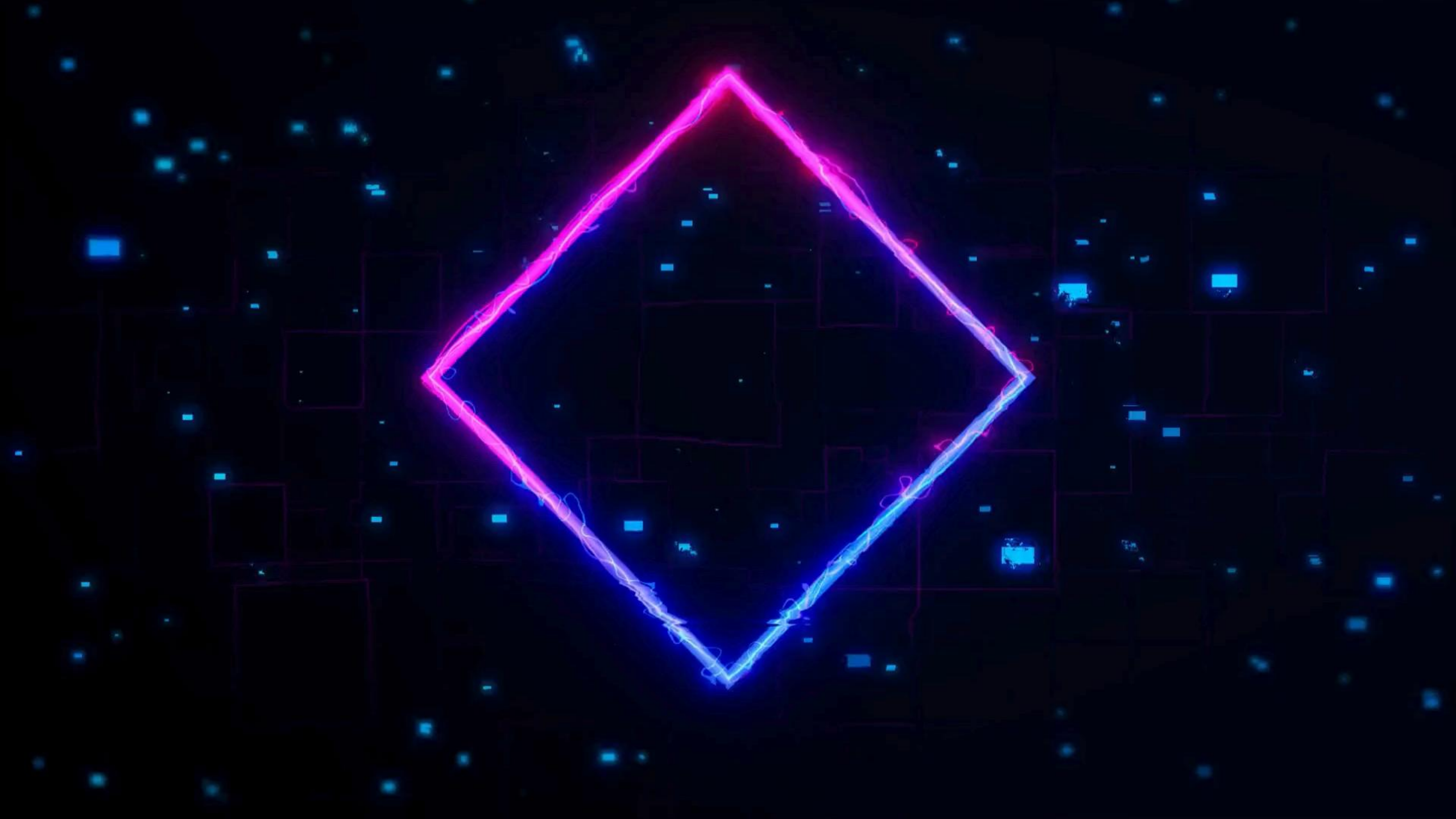
F



Para qualquer valor de $k \in \mathbb{R}$, o sistema

$\begin{cases} x - 2y + z + 3w = 0 \\ x + 3y + z + kw = 0 \\ 2x + y + z + 4w = 0 \end{cases}$ admite solução.

V



Sistemas Lineares

$$x = \frac{\Delta X}{\Delta S}$$
$$y = \frac{\Delta Y}{\Delta S}$$
$$z = \frac{\Delta Z}{\Delta S}$$

Possível

Possível Determinado
(SPD)

$$\Delta s \neq 0$$

Possível Indeterminado
(SPI)

$$\Delta s = 0$$

$$\Delta x = 0$$

$$\Delta y = 0$$

Impossível (SI)

$$\Delta s = 0$$

$$\Delta x \neq 0 \text{ ou } \Delta y \neq 0$$

Sistemas
homogêneos

▶ Sempre possível

▶ Sempre admite
solução trivial (0, 0)

S.P.D

$$\Delta S \neq 0$$

S.P.I

$$\Delta S = 0$$

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 0x + y + 2z = 8 \\ 0x + 0y - z = -3 \end{cases}$$

Sistema possível
e determinado

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 0x - y + z = -1 \\ 0x + 0y + 0z = 0 \end{cases}$$

Sistema possível
e indeterminado

$$\begin{cases} x - y + z = 2 \\ 0x + 3y - z = -3 \\ 0x + 0y + 0z = 2 \end{cases}$$

Sistema
Impossível

Tarefa
Mínima

1, 9,
10, 11 e 15

18

Geometria Analítica

Frente C

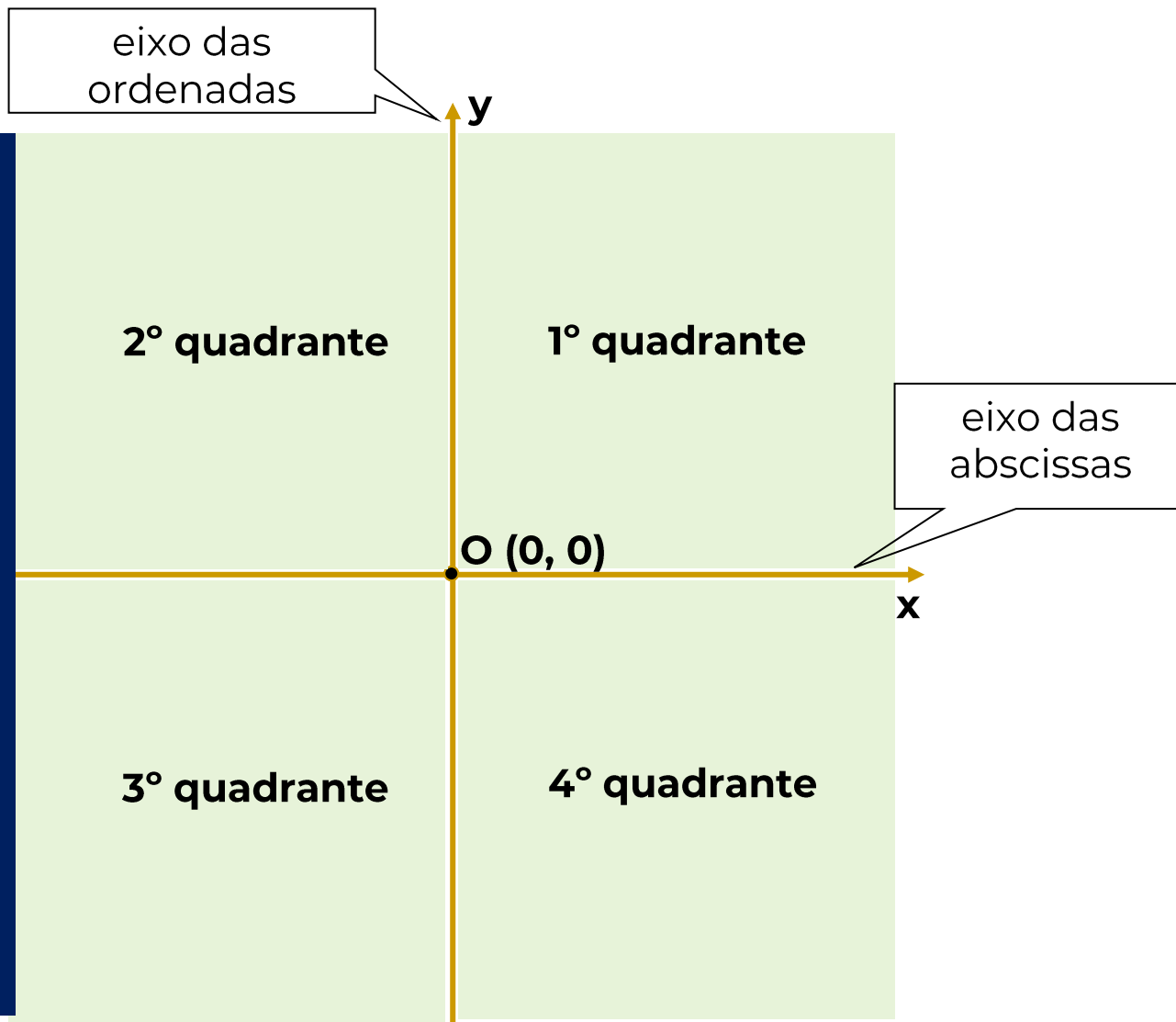
ASSISTA À AULA



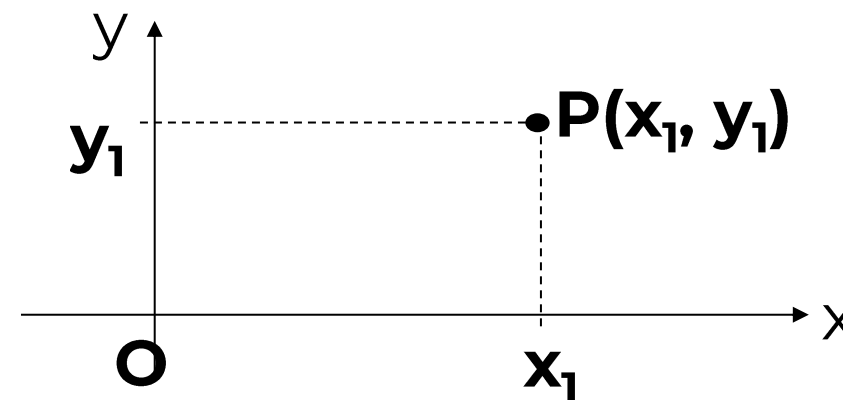
▶ www.ricardinhomatematicax.com.br

Geometria Analítica

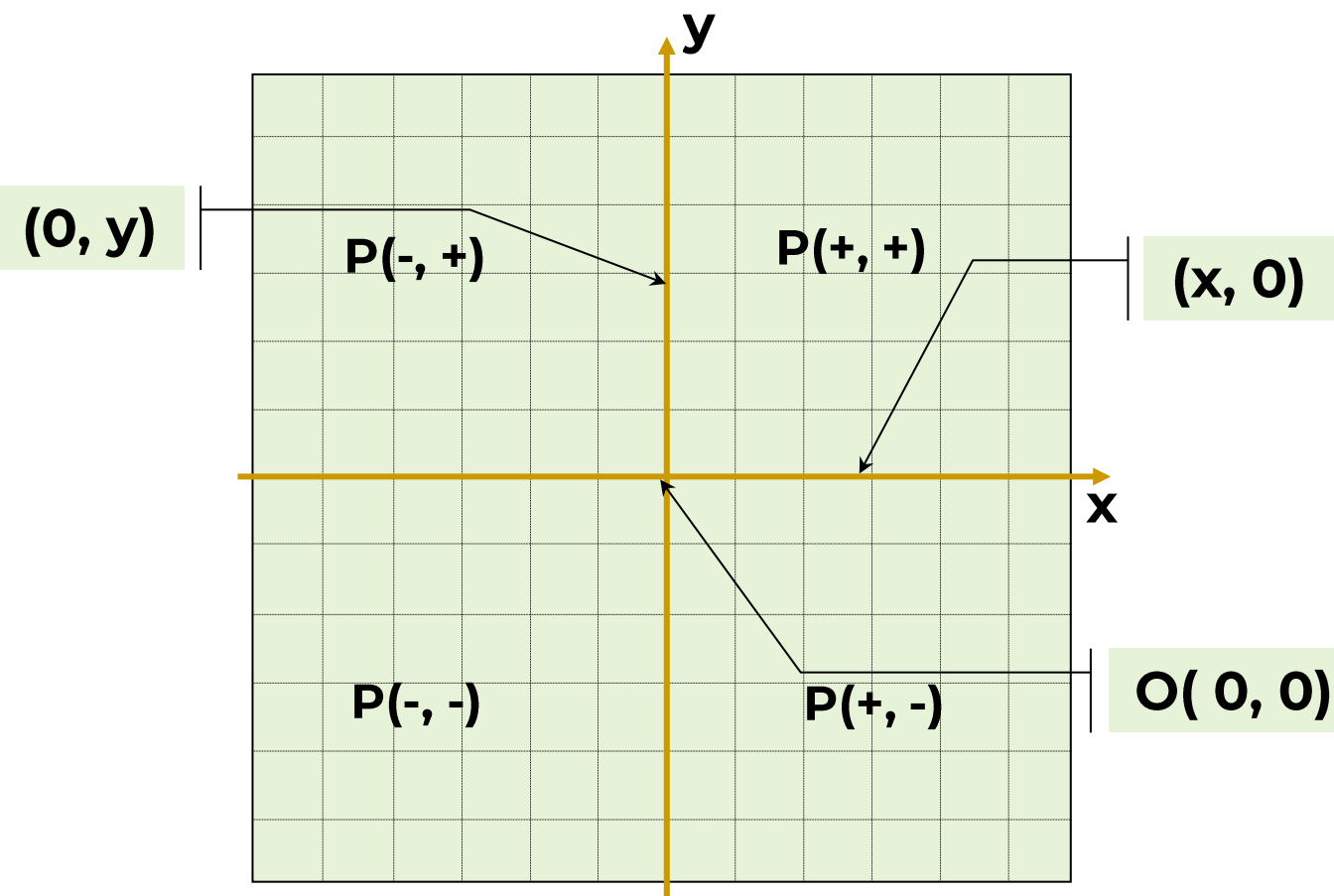
PLANO CARTESIANO



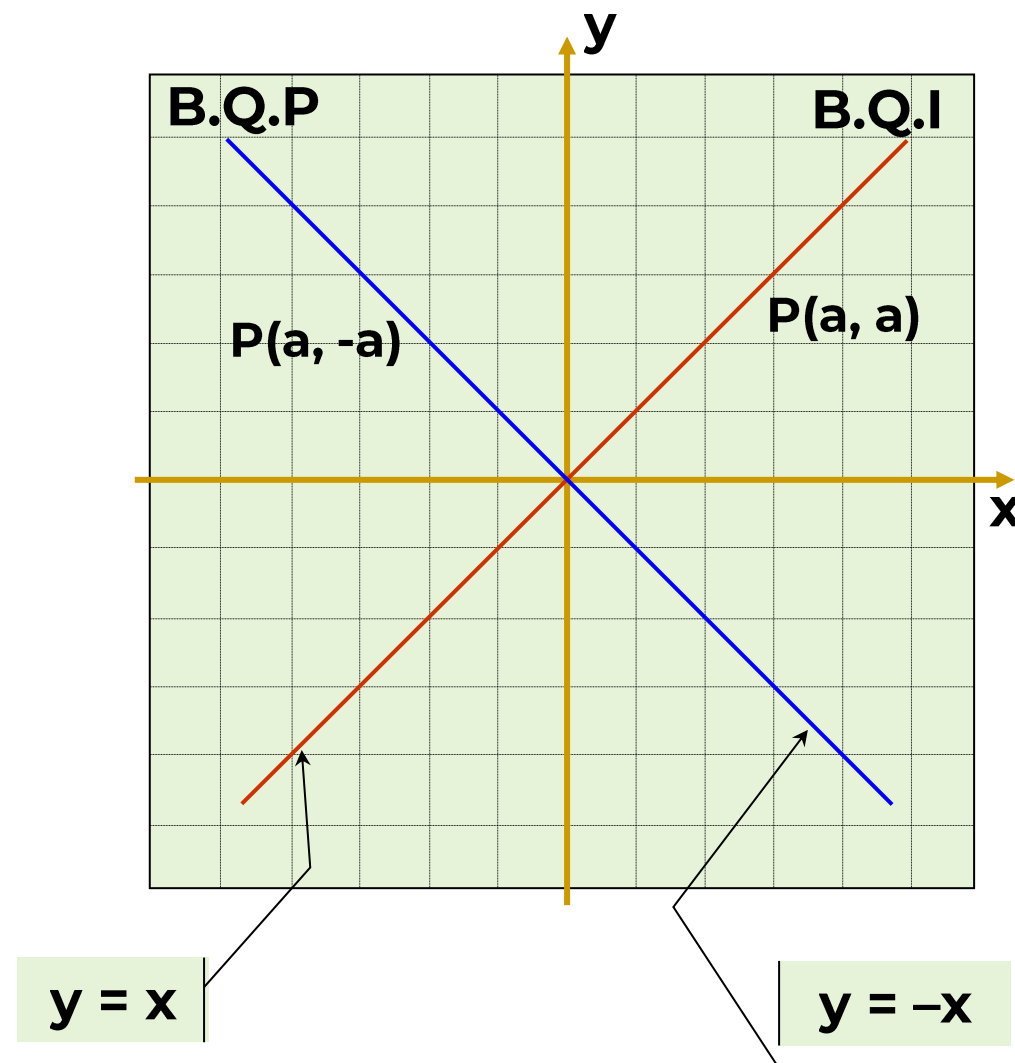
- O plano cartesiano é definido por dois eixos ortogonais
- Eixo x é o eixo das abscissas
- Eixo y é o eixo das ordenadas
- A origem do sistema é o ponto O
- As coordenadas do ponto P são os números reais x_1 e y_1
- Par ordenado (x_1, y_1)

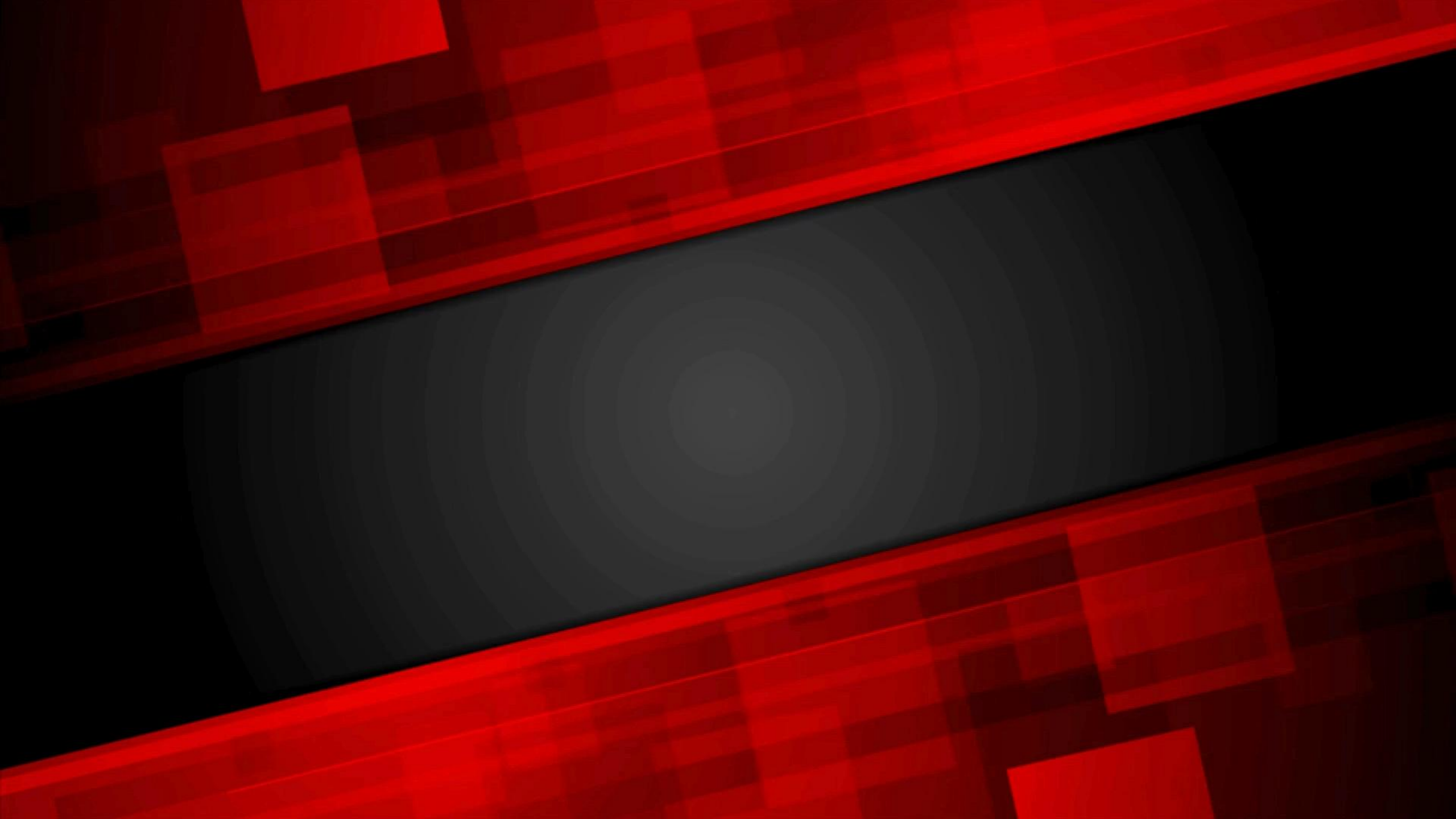


Sinais no plano

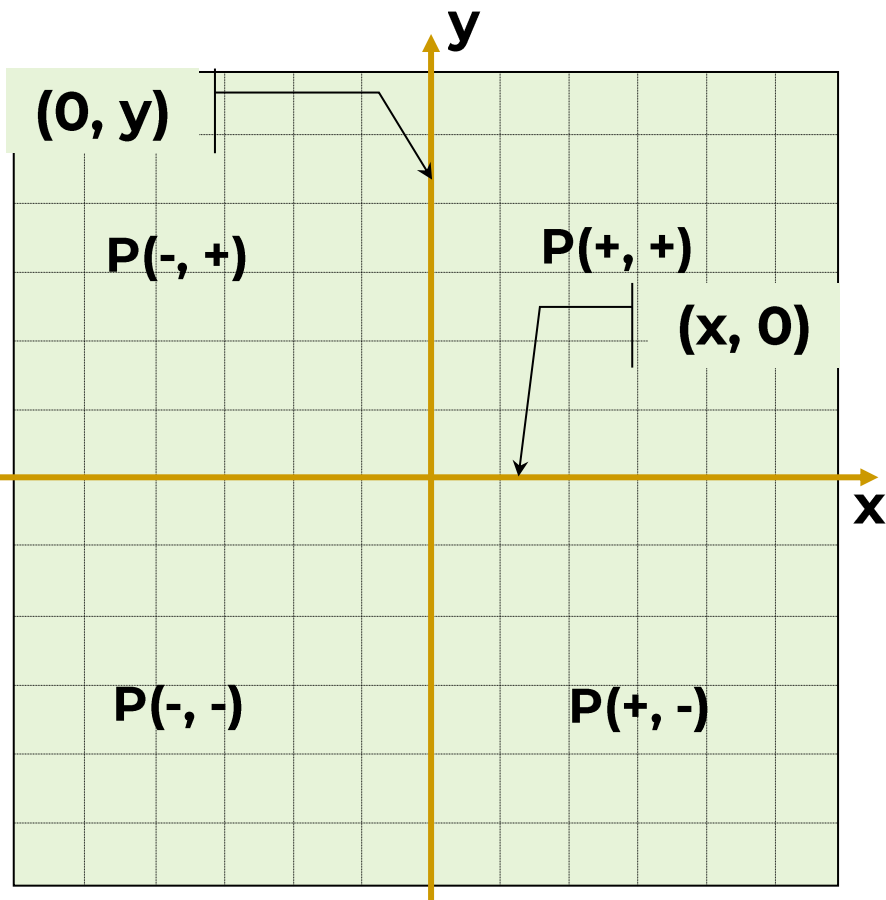


Bissetrizes

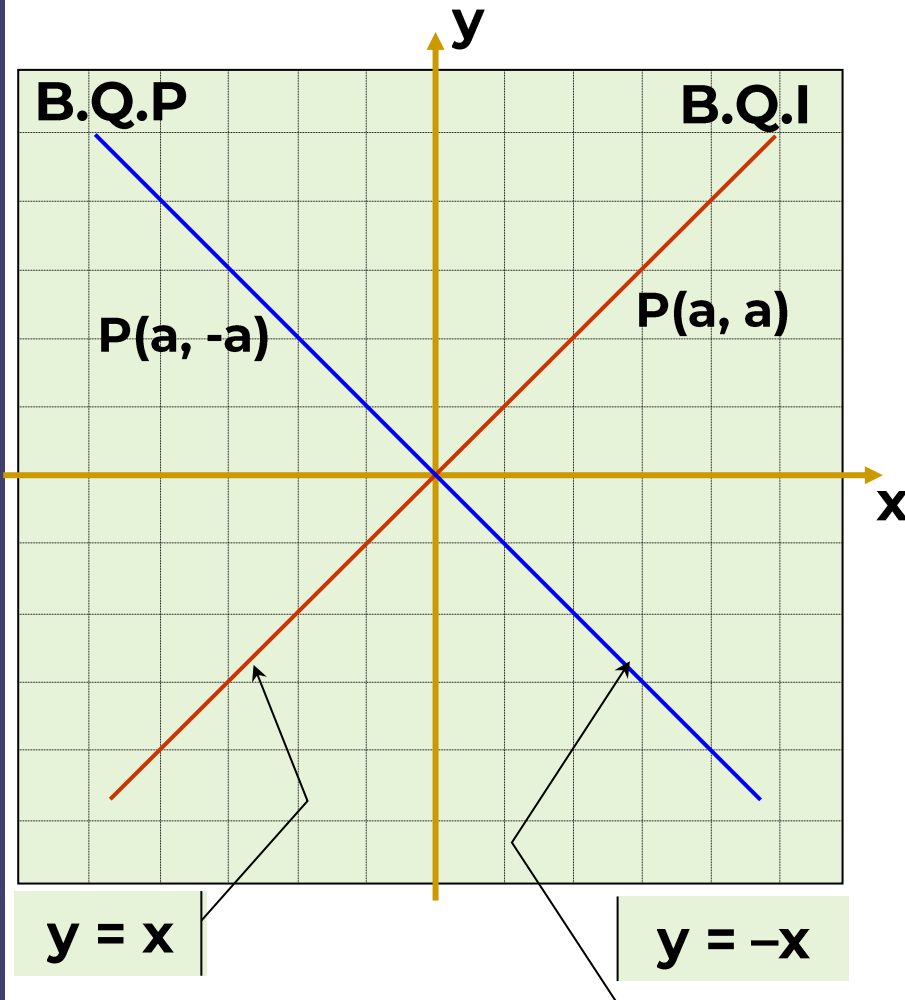




Sinais no plano



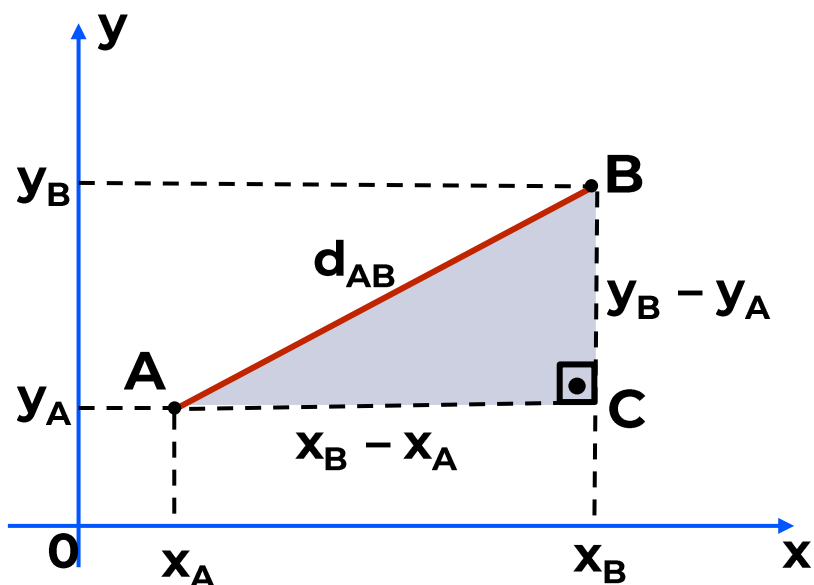
Bissetrizes



Considere o ponto $P(2a - 1; a + 4)$. Determine o valor de “ a ” de modo que o ponto P pertença:

- a) ao eixo x
- b) ao eixo y
- c) à bissetriz dos quadrantes ímpares
- d) à bissetriz dos quadrantes pares

Distância entre dois pontos

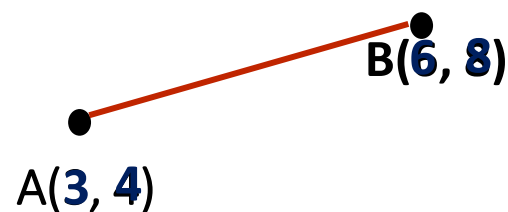


$$(d_{AB})^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Exemplo

Determinar a distância entre os pontos **A(3, 4)** e **B(6, 8)**.



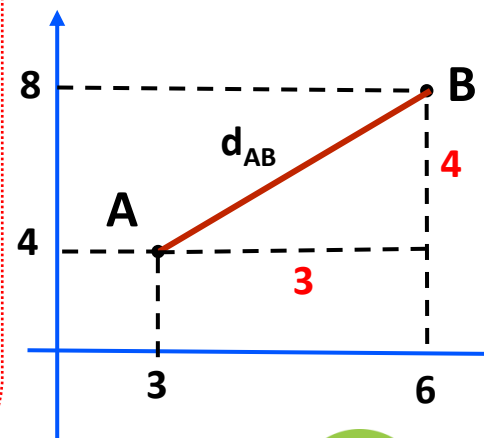
$$\begin{cases} A(3, 4) \rightarrow x_A = 3; y_A = 4 \\ B(6, 8) \rightarrow x_B = 6; y_B = 8 \end{cases}$$

$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$d_{AB} = \sqrt{(\quad)^2 + (\quad)^2}$$

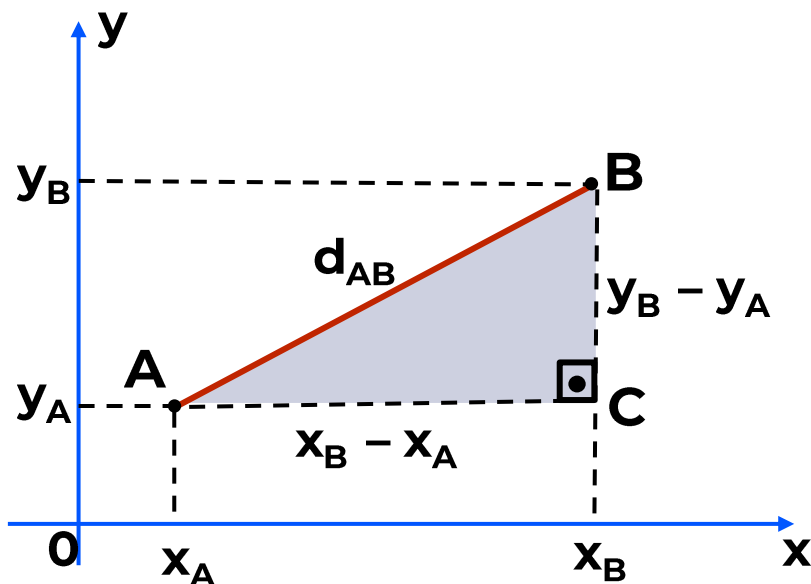
$$d_{AB} = \sqrt{3^2 + 4^2}$$

$$d_{AB} = 5$$



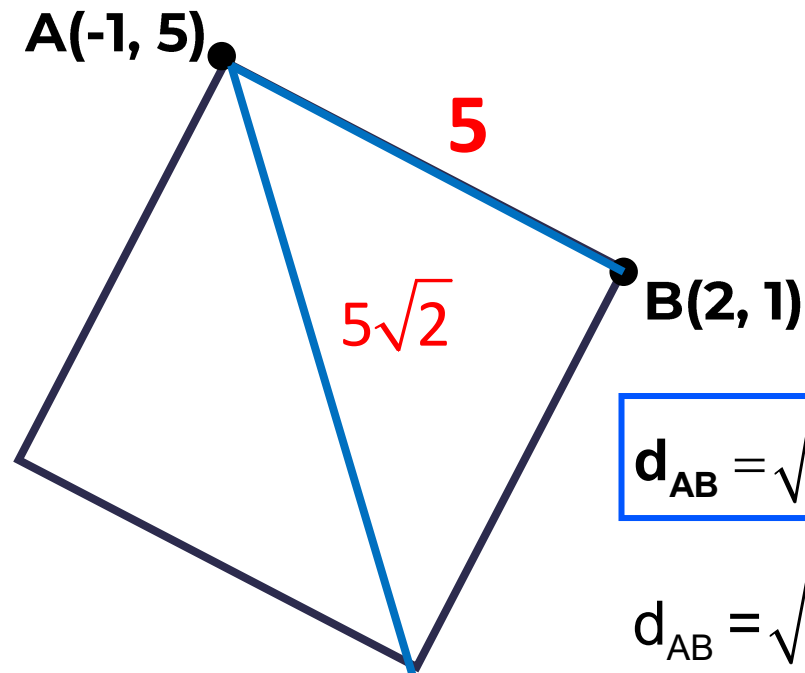
Sendo os pontos A (– 1, 5) e B(2, 1) vértices consecutivos de um quadrado, o comprimento da diagonal desse quadrado é

Distância entre dois pontos



$$(d_{AB})^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$



$$d = \ell\sqrt{2}$$

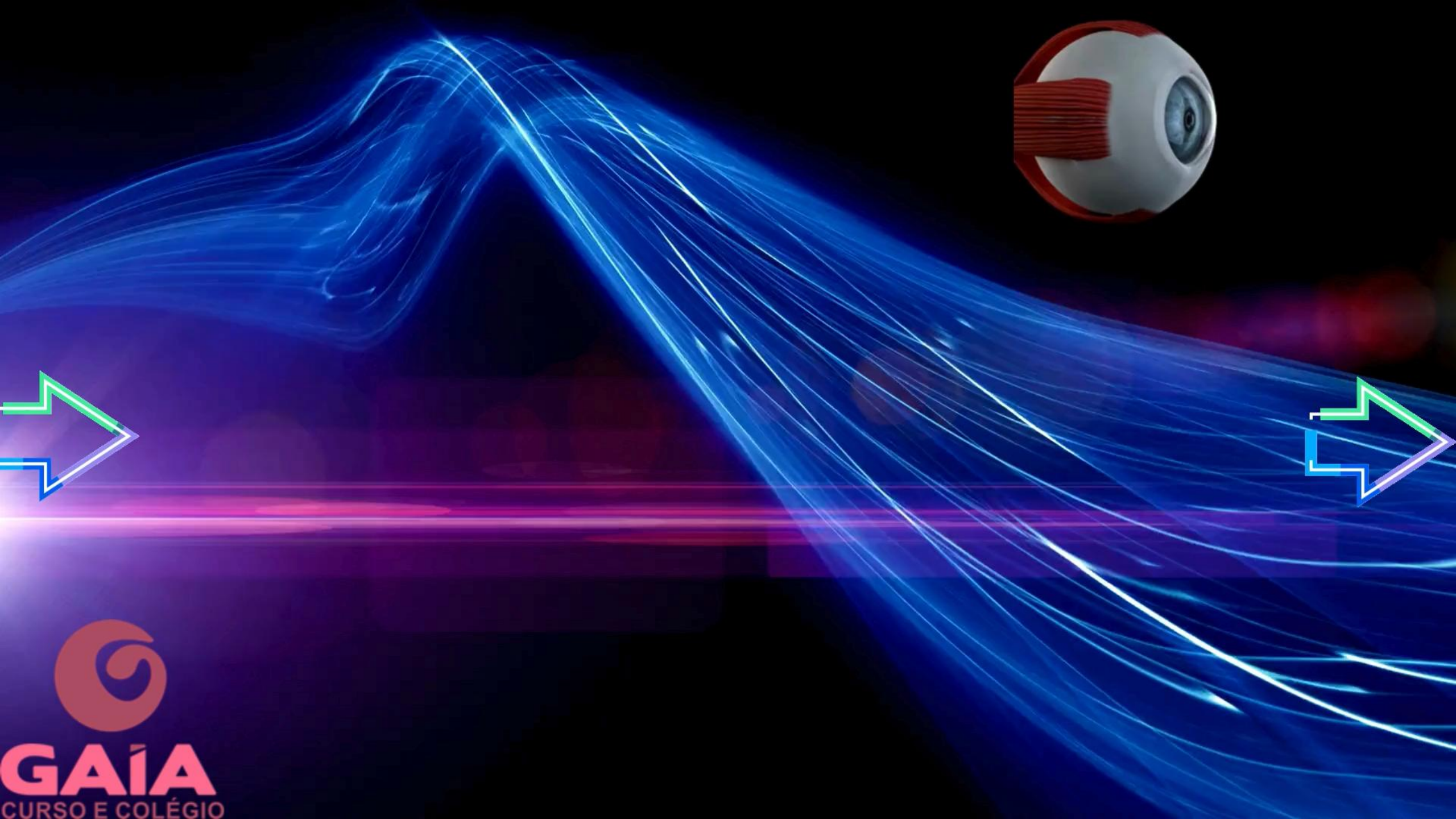
$$d = 5\sqrt{2}$$

$$d_{AB} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

$$d_{AB} = \sqrt{(-1-2)^2 + (5-1)^2}$$

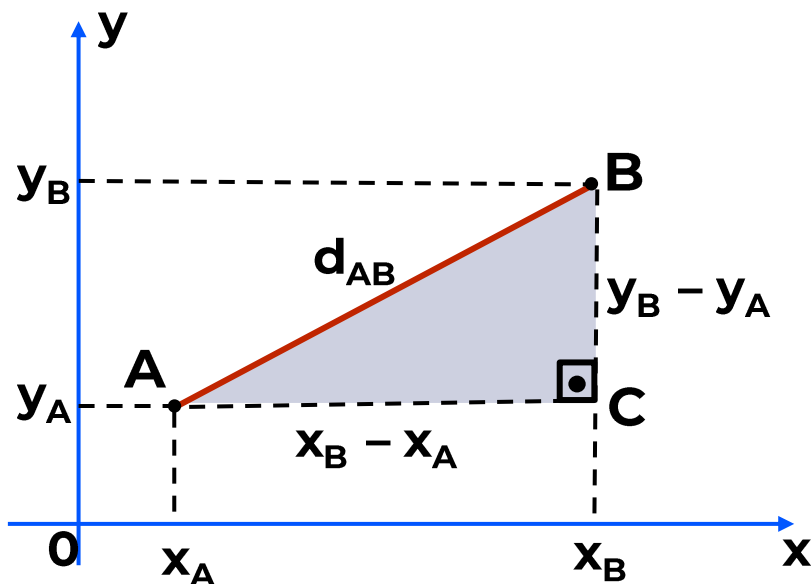
$$d_{AB} = \sqrt{9+16}$$

$$AB = 5$$



Geometria Analítica

Distância entre dois pontos



$$(d_{AB})^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

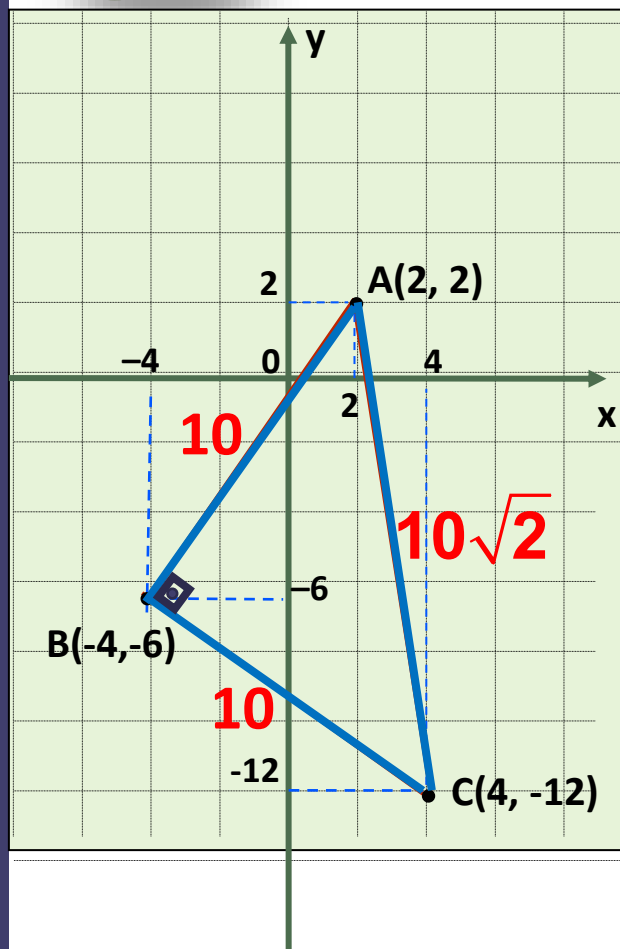
$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$



UFSC – VERDADEIRO OU FALSO

O triângulo de vértices **A(2, 2)**, **B(-4, -6)** e **C(4, -12)** é retângulo e escaleno.

F



$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$d_{AB} = \sqrt{(-4 - 2)^2 + (-6 - 2)^2}$$

$$d_{AB} = \sqrt{36 + 64} \Rightarrow \boxed{AB = 10}$$

$$d_{AC} = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$$

$$d_{AC} = \sqrt{(4 - 2)^2 + (-12 - 2)^2}$$

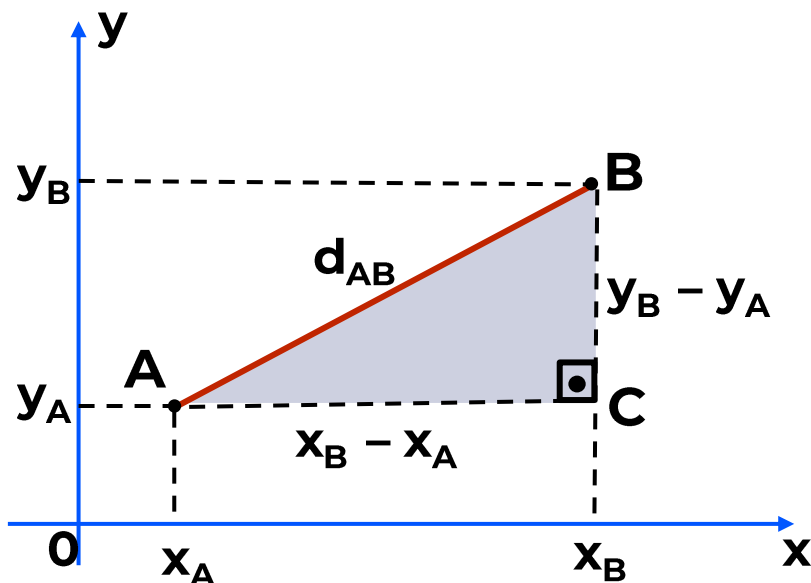
$$d_{AC} = \sqrt{4 + 196} \Rightarrow \boxed{AC = 10\sqrt{2}}$$

$$d_{BC} = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$$

$$d_{BC} = \sqrt{(4 - (-4))^2 + (-12 - (-6))^2}$$

$$d_{BC} = \sqrt{64 + 36} \Rightarrow \boxed{BC = 10}$$

Distância entre dois pontos



$$(d_{AB})^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

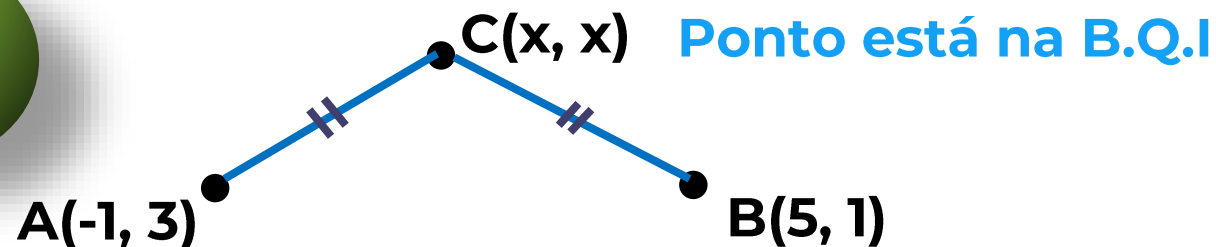
$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$



UFSC – VERDADEIRO OU FALSO

Se os pontos $A(-1,3)$ e $B(5,1)$ são equidistantes de $C(x, x)$, então x é ímpar.

F



$$d_{CA} = d_{CB}$$

$$\sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$$

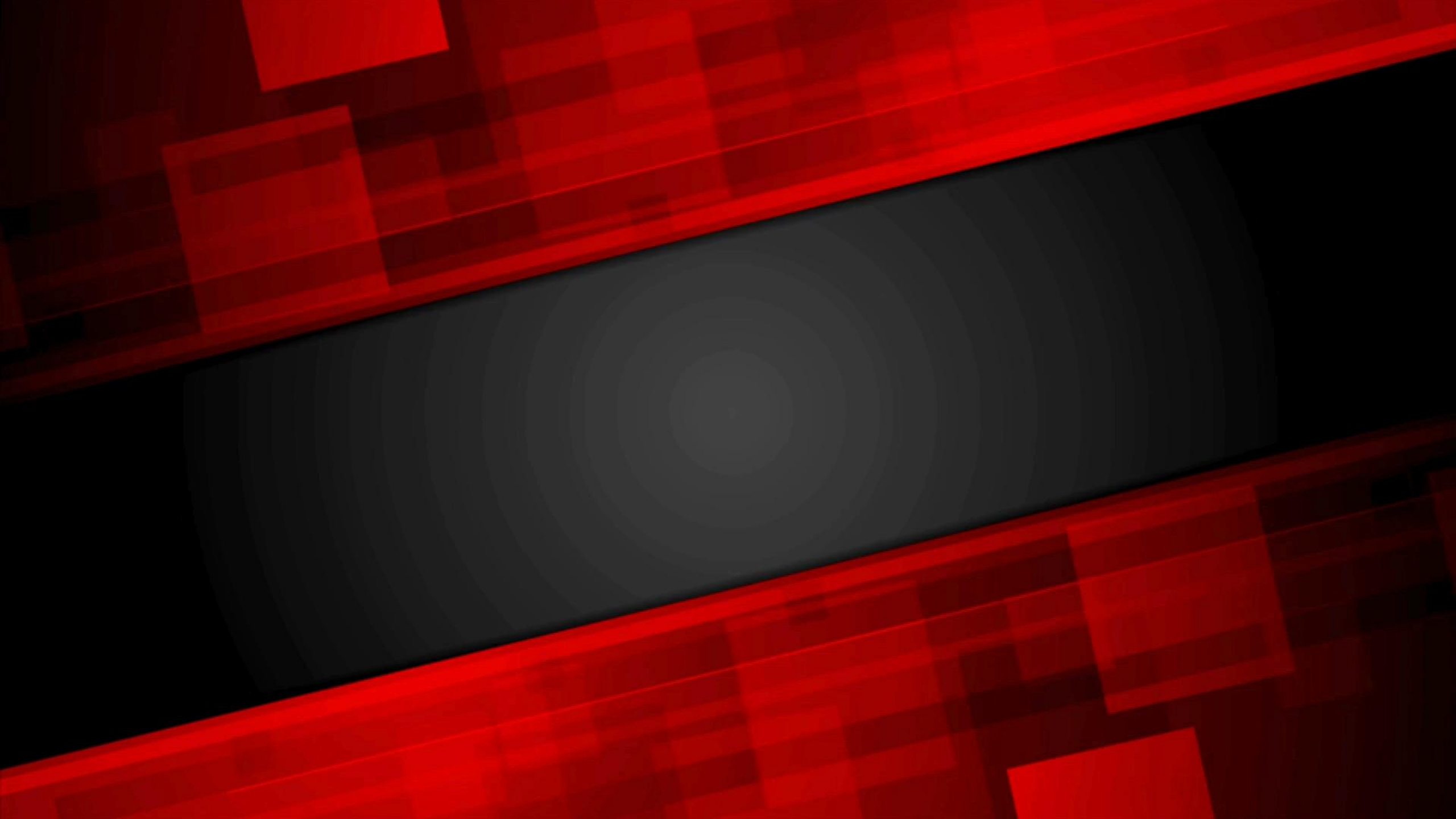
$$(x + 1)^2 + (x - 3)^2 = (x - 5)^2 + (x - 1)^2$$

$$x^2 + 2x + 1 + x^2 - 6x + 9 = x^2 - 10x + 25 + x^2 - 2x + 1$$

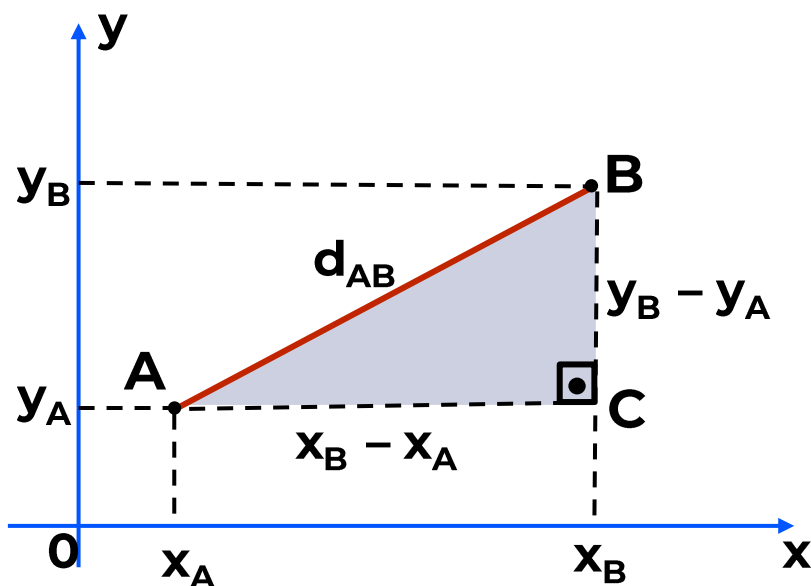
$$-4x + 9 = -12x + 25$$

$$8x = 16$$

$$x = 2$$



Distância entre dois pontos



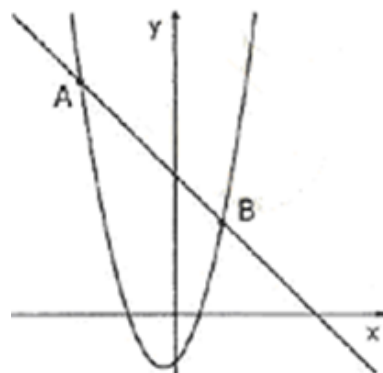
$$(d_{AB})^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Seja uma circunferência cujo centro pertence ao eixo das abscissas e os pontos **(2, 2)** e **(8, 4)** as extremidades de uma de suas cordas. A área da superfície limitada por essa circunferência mede:

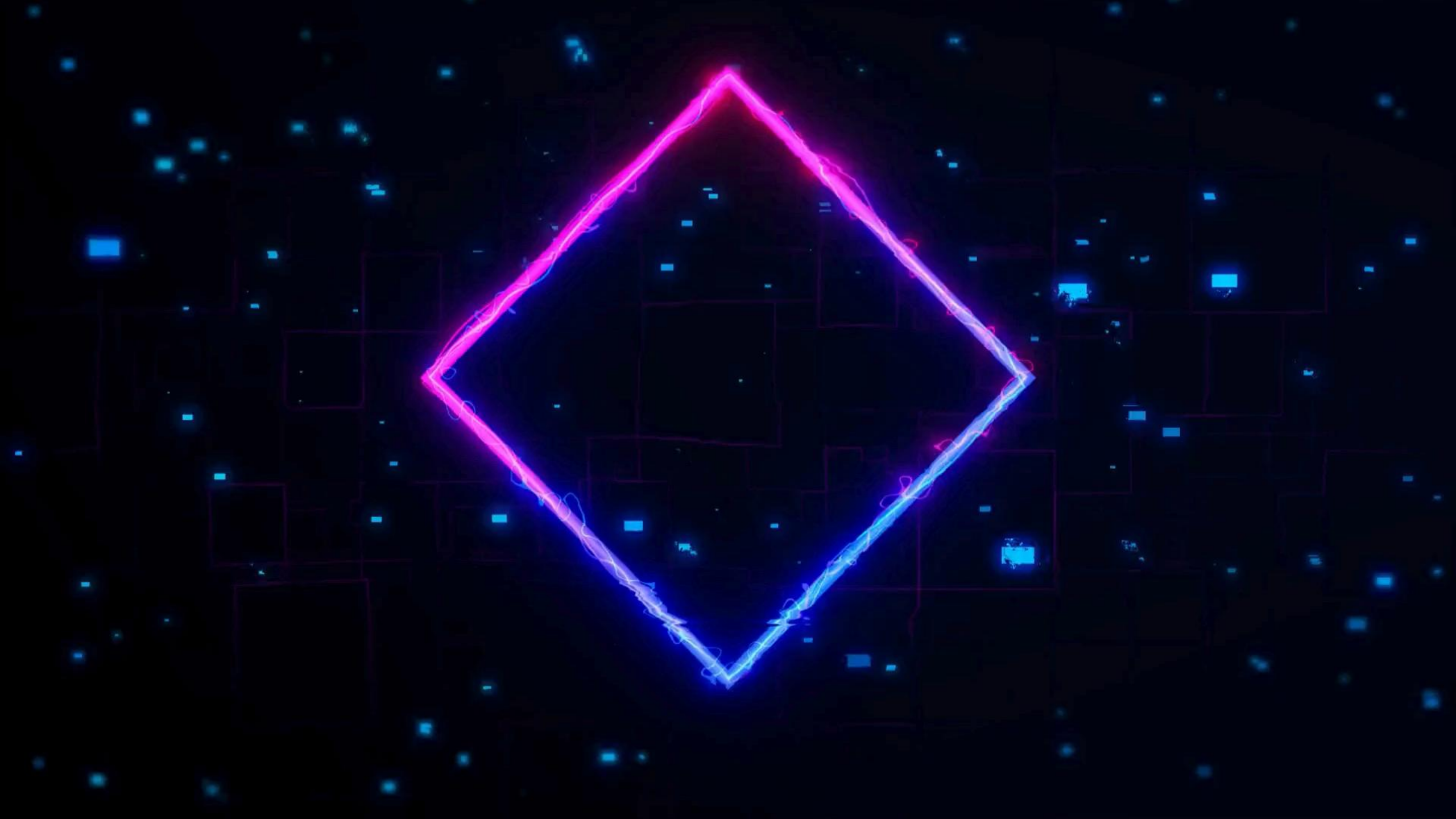


Considere os gráficos das funções f e g , definidas por **$f(x) = x^2 + x - 2$** e **$g(x) = 6 - x$** , representadas no mesmo sistema de coordenadas cartesianas, e os pontos A e B, intersecção dos gráficos das funções f e g , como na figura abaixo.

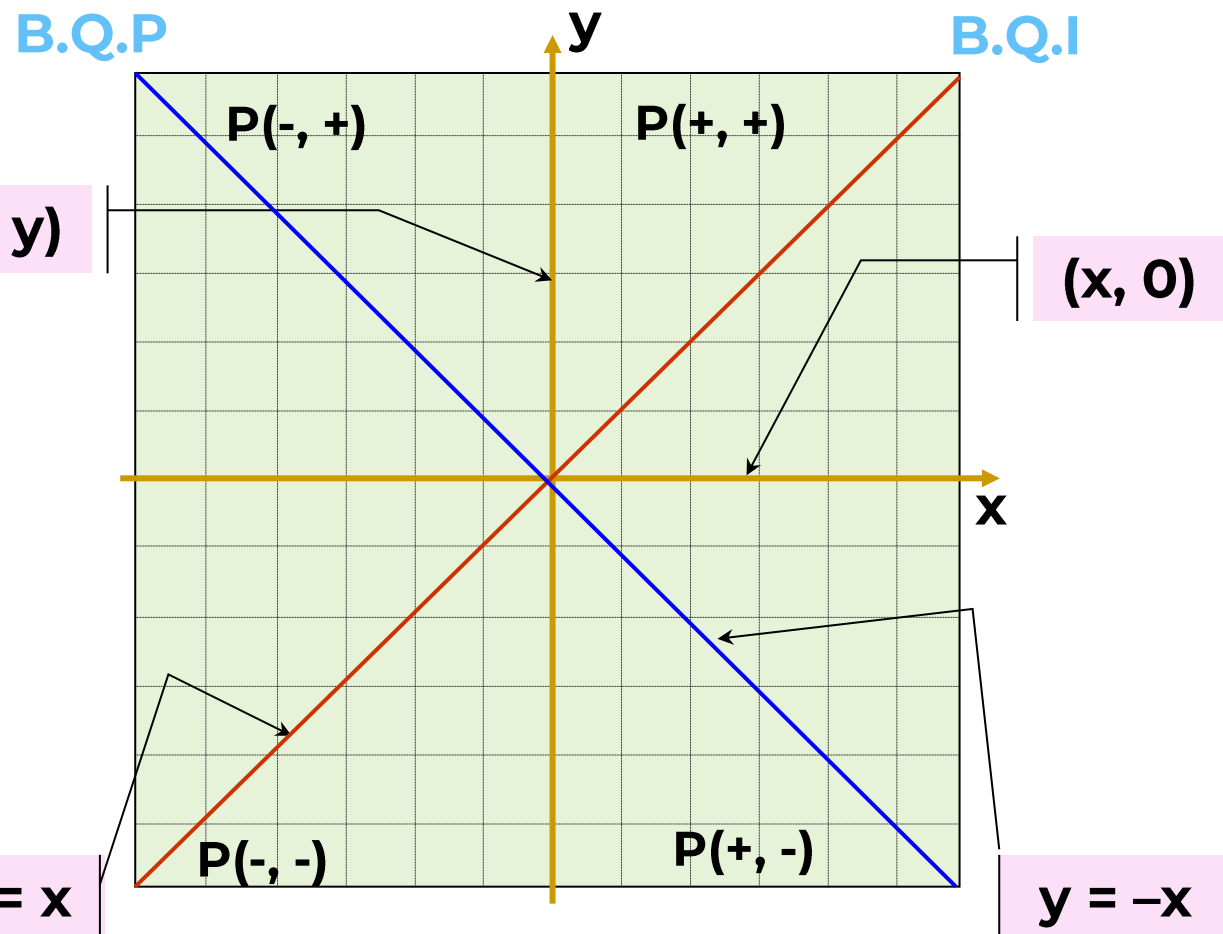


A distância entre os pontos A e B é:

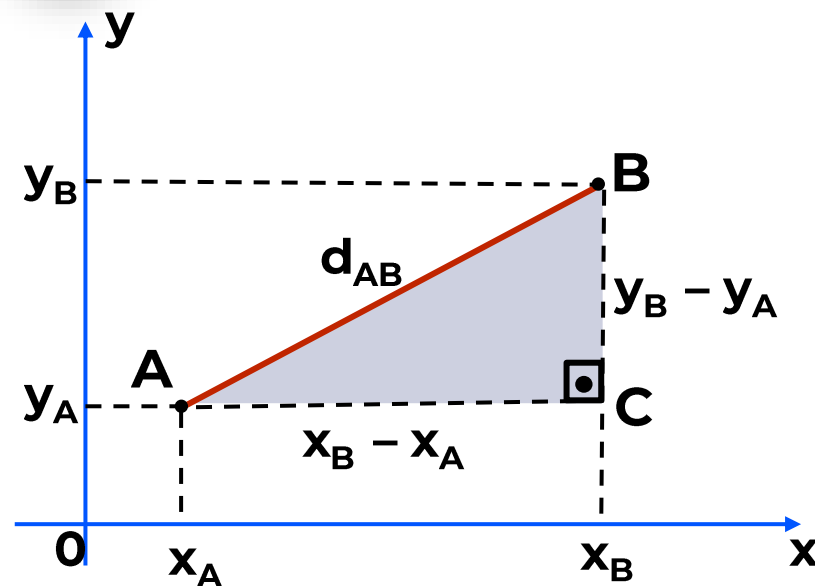
- a) $2\sqrt{2}$ b) $3\sqrt{2}$ c) $4\sqrt{2}$ d) $5\sqrt{2}$ e) $6\sqrt{2}$



Sinais no plano - Bissetrizes



Distância entre dois pontos



$$(d_{AB})^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

**Tarefa
Mínima**

1, 2, 5, 6, 7,
8, 9, 10, 13,
14 e 18