



 **ricardinho.matematicax**

 **www.ricardinhomatematicax.com.br**

Professor Ricardinho

MATEMÁTICA – FRENTE B



cursomtm@gmail.com



AULA

01

ESTUDO DAS FRAÇÕES

ASSISTA À AULA



Professor Ricardinho

▶ Matemática – Frente B



$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$$



Frações



Fração é um modo de expressar uma quantidade a partir de uma razão de dois números inteiros.
(parcela de um todo).

--	--	--	--



$$\frac{1}{4}$$



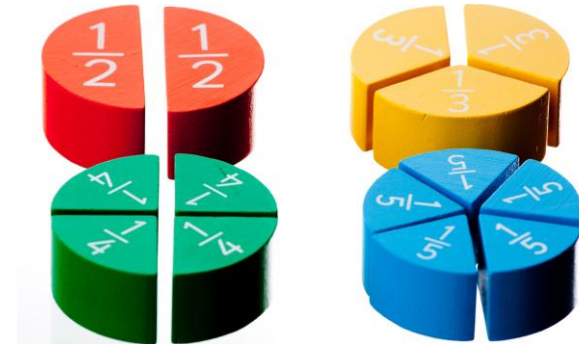
$$\frac{2}{4}$$



$$\frac{3}{4}$$



$$\frac{4}{4}$$



Frações Equivalentes

Duas ou mais frações são equivalentes quando representam a mesma porção do todo.



$$\frac{1}{2}$$



$$\frac{2}{4}$$



$$\frac{3}{6}$$

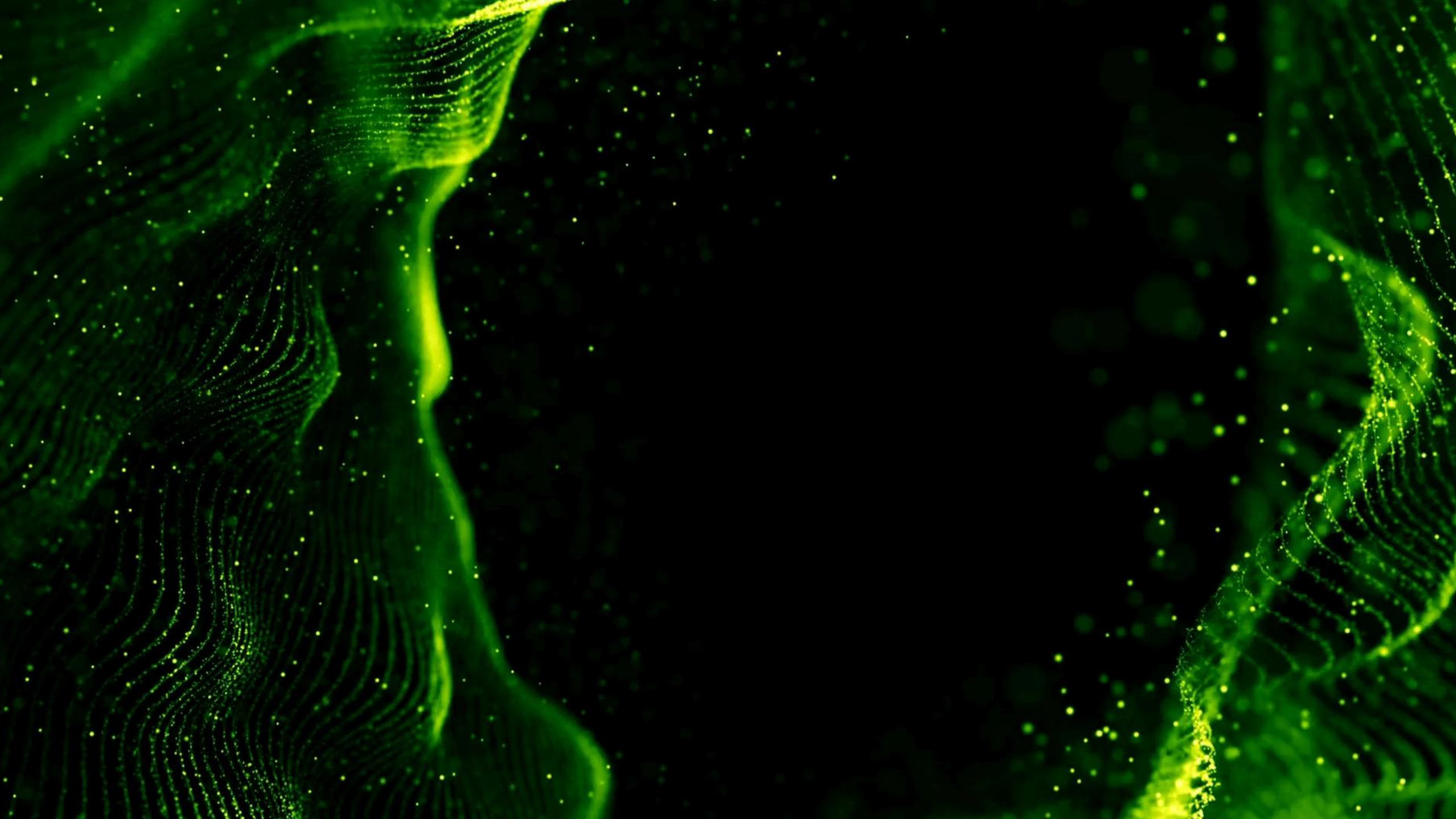


Comparando Frações


$$\frac{2}{7} < \frac{3}{7}$$


$$\frac{4}{5} < \frac{5}{6}$$


$$\frac{11}{12} > \frac{8}{9}$$

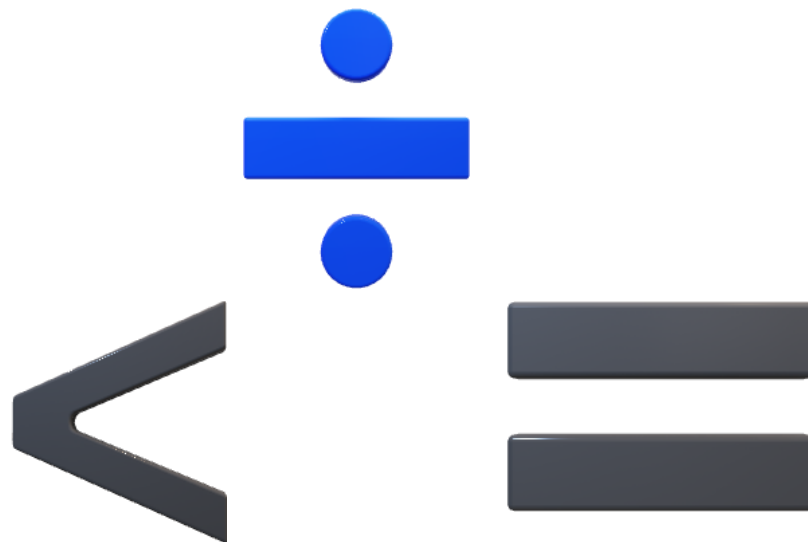


Exercícios em Sala

1. Ordenando os números racionais $p = \frac{13}{24}$, $q = \frac{2}{3}$ e

$r = \frac{5}{8}$, obtemos:

- a) $p < r < q$
- b) $q < p < r$
- c) $r < p < q$
- d) $q < r < p$
- e) $r < q < p$





André, Carlos e Fábio estudam em uma mesma escola e desejam saber quem mora mais perto da escola. André mora a cinco vinte avos de um quilômetro da escola. Carlos mora a seis quartos de um quilômetro da escola. Já Fábio mora a quatro sextos de um quilômetro da escola.

A ordenação dos estudantes de acordo com a ordem decrescente das distâncias de suas respectivas casas à escola é

A

André, Carlos e Fábio.

B

André, Fábio e Carlos

C

Carlos, André e Fábio

D

Carlos, Fábio e André

E

Fábio, Carlos e André

Nas construções prediais são utilizados tubos de diferentes medidas para a instalação da rede de água. Essas medidas são conhecidas pelo seu diâmetro, muitas vezes medido em polegada. Alguns desses tubos, com medidas em polegada, são os tubos de $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{8}$ e $\frac{5}{4}$.

Colocando os valores dessas medidas em ordem crescente, encontramos

A

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \frac{5}{4}$$

B

$$\frac{1}{2}, \frac{5}{4}, \frac{3}{8}$$

C

$$\frac{3}{8}, \frac{1}{2}, \frac{5}{4}$$

D

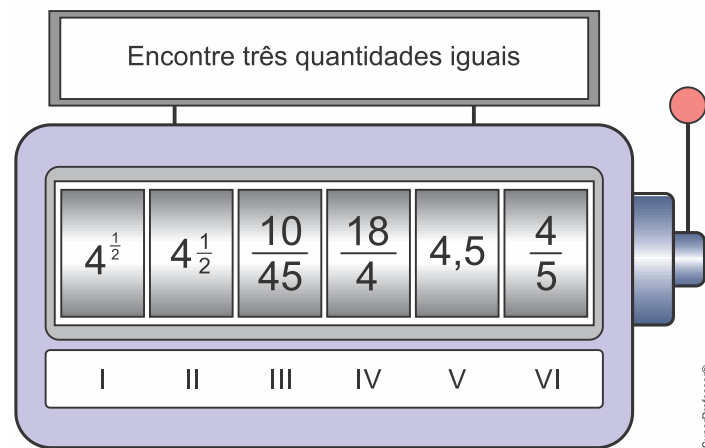
$$\frac{3}{8}, \frac{5}{4}, \frac{1}{2}$$

E

$$\frac{5}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{8}$$

Uma professora de matemática utiliza em suas aulas uma "máquina caça-números" para verificar os conhecimentos de seus estudantes sobre representações de números racionais. Essa máquina tem um visor dividido em seis compartimentos e, na lateral, uma alavanca. Cada estudante puxa a alavanca e espera que os compartimentos parem de girar. A partir daí, precisa responder para a professora em quais posições se encontram os números que representam a mesma quantidade.

Um estudante puxou a alavanca, aguardou que os compartimentos parassem de girar e observou os números apresentados no visor. A configuração da máquina naquele instante está apresentada na imagem.



Esse estudante respondeu corretamente à pergunta da professora. As posições indicadas pelo estudante foram

- A** I, II e IV **B** II, IV e V **C** II, III e V **D** III, V e VI **E** III, IV e VI

Operações com frações

Operações com frações



Soma e Subtração – mesmo denominador

$$\frac{4}{12} + \frac{1}{12} = \frac{4+1}{12} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{4}{12} - \frac{1}{12} = \frac{4-1}{12} = \frac{3}{12}$$

$$\frac{4}{12} + \frac{1}{12} - \frac{3}{12} = \frac{4+1-3}{12} = \frac{2}{12}$$



Operações com frações



Soma e Subtração denominadores diferentes



$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3+4}{12} = \frac{7}{12}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{24+15+20}{60} = \frac{59}{60}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{3} - \frac{5}{6} = \frac{9+4-10}{12} = \frac{3}{12}$$

Soma e Subtração – mesmo denominador

$$\frac{4}{12} + \frac{1}{12} = \frac{4+1}{12} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{4}{12} - \frac{1}{12} = \frac{4-1}{12} = \frac{3}{12}$$

$$\frac{4}{12} + \frac{1}{12} - \frac{3}{12} = \frac{4+1-3}{12} = \frac{2}{12}$$

Operações com frações

Multiplicação

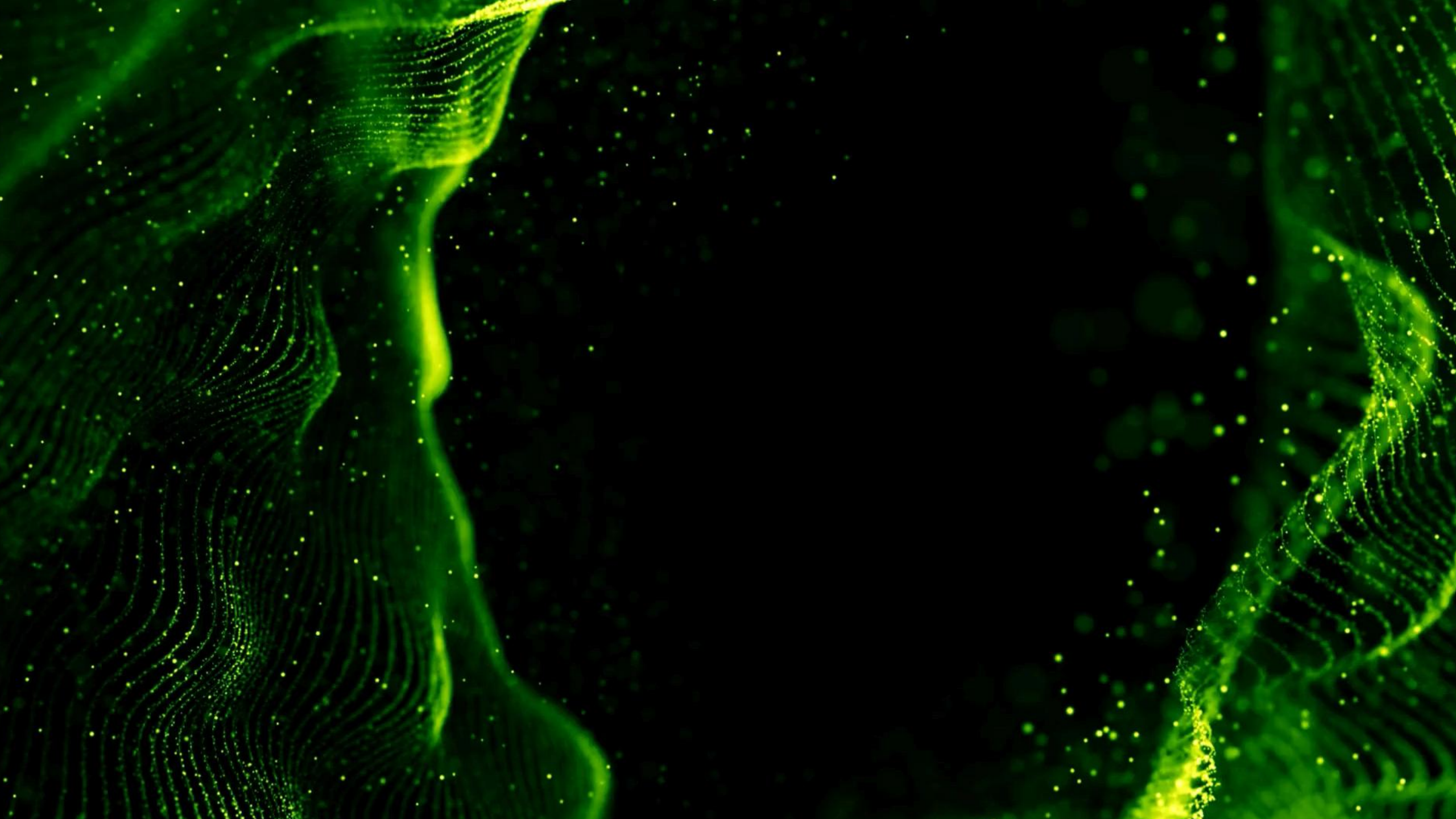
$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 2} = \frac{15}{8}$$

$$\frac{5}{6} \times \frac{3}{8} \times \frac{4}{5} = \frac{\overset{1}{\cancel{5}} \cdot \overset{1}{\cancel{3}} \cdot \overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{2}{\cancel{6}} \cdot \underset{2}{\cancel{8}} \cdot \underset{1}{\cancel{5}}} = \frac{1}{4}$$

Divisão

$$\frac{3}{5} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{1} = \frac{9}{5}$$

$$\frac{3}{4} \div \frac{5}{6} = \frac{3}{\underset{2}{\cancel{4}}} \cdot \frac{\overset{3}{\cancel{6}}}{5} = \frac{9}{10}$$



Exercícios em Sala

2. Determine o valor da expressão

$$\left[\left(\frac{1}{4} + \frac{5}{3} \right) : \left(\frac{6}{5} - \frac{1}{3} \right) \right] \cdot \left(\frac{2}{7} \right)$$



Operações com frações

- Adição com mesmo denominador
- Adição com denominadores diferentes
- Multiplicação
- Divisão

● ADIÇÃO COM MESMO NUMERADOR

$$\frac{4}{12} + \frac{1}{12} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \frac{5}{12}$$

● ADIÇÃO COM MESMO NUMERADOR

$$\frac{4}{12} + \frac{1}{12} = \frac{4+1}{12} = \frac{5}{12}$$

● ADIÇÃO COM DENOMINADORES DIFERENTES

$$\frac{1}{6} + \frac{3}{4} = \frac{2+9}{12} = \frac{11}{12}$$

$$\begin{array}{r|l} 3 & 2 \\ 3 & 2 \\ 1 & 3 \\ \hline & 12 \end{array}$$

Multiplicação

Multiplicam-se numeradores entre si e também os denominadores entre si.

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7} = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 7} = \frac{12}{35}$$

Divisão

Mantem-se a primeira fração e multiplica-se pelo inverso da segunda

$$\frac{3}{5} \div \frac{4}{7} = \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{4} = \frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 4} = \frac{21}{20}$$

ESTE É UM RESUMO DAS OPERAÇÕES COM FRAÇÕES

Agora vamos aos exercícios

Adição de frações com
mesmo denominador

$$\frac{4}{12} + \frac{1}{12} = \frac{4+1}{12} = \frac{5}{12}$$

Adição de frações com
denominadores diferentes

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5+6}{15} = \frac{11}{15}$$

Multiplicação de frações

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{7}{2} = \frac{4 \cdot 7}{5 \cdot 2} = \frac{28}{10}$$

Divisão de frações

$$\frac{4}{5} : \frac{7}{2} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 7} = \frac{8}{35}$$



AULA

02

EQUAÇÃO DO 1º GRAU

ASSISTA À AULA



Professor Ricardinho

▶ Matemática – Frente B



$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$$



Equações do 1º grau



Forma: $ax + b = 0$

$$a = b$$

$$\text{para } \forall m \rightarrow a + m = b + m$$

$$a = b$$

$$\text{para } \forall m \rightarrow a \cdot m = b \cdot m$$



$$4.(\textcolor{teal}{1}) + 2 = 14$$



$$4.(\textcolor{teal}{2}) + 2 = 14$$



$$4.(\textcolor{teal}{3}) + 2 = 14$$



$$4.x + 2 = 14$$

Equações do 1º grau



Forma: $ax + b = 0$

$$a = b$$

$$\text{para } \forall m \rightarrow a + m = b + m$$

$$a = b$$

$$\text{para } \forall m \rightarrow a \cdot m = b \cdot m$$



$$4.x + 2 = 14$$

Subtraímos 2 em ambos os lados



$$4.x + 2 - 2 = 14 - 2$$



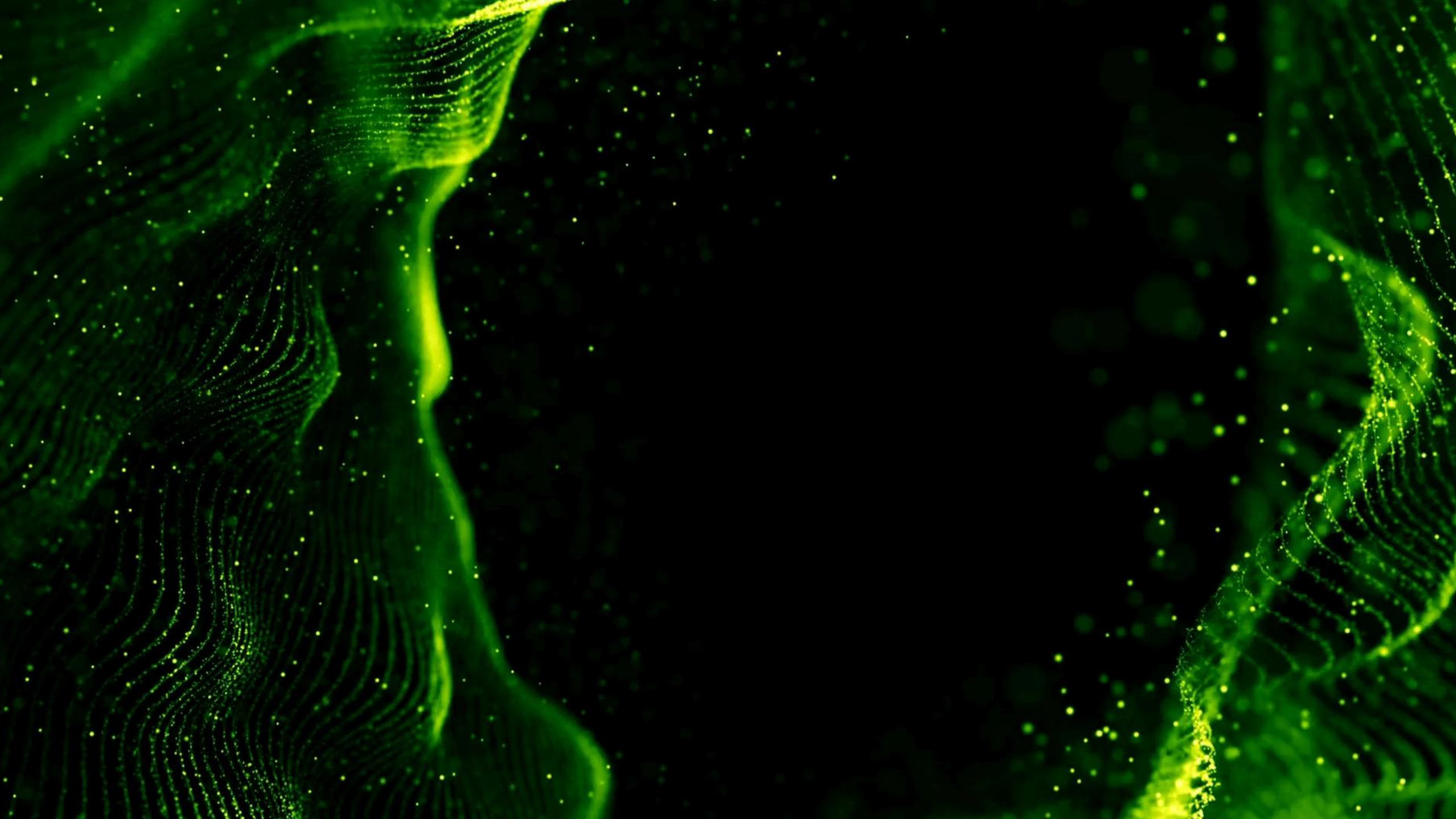
$$4.x = 12$$

Dividimos os dois lados por 4



$$\frac{4.x}{4} = \frac{12}{4}$$

$$x = 3$$



Exercícios em Sala

1. Resolver em $\mathbb{R}$ a equação: $\frac{3x}{4} - \frac{2x-1}{2} = \frac{5x-1}{3} + 1$

2. Resolver em $\mathbb{R}$ a equação: $\frac{x}{2} + \frac{x-1}{3} = \frac{5x}{6}$

3. Resolver em $\mathbb{R}$ a equação: $\frac{2x-1}{3} = \frac{4x-2}{6}$

1. Resolver em $\mathbb{R}$ as equações:

a) $6x - 6 = 2(2x + 1)$

b) $2(x + 1) = 5x + 3$

c) $(x + 1)(x + 2) = (x + 3)(x + 4) - 3$

d) $2(x - 2) = 2x - 4$

e) $3(x - 2) = 3x$

f) $\frac{x-1}{2} + \frac{x}{3} = \frac{1}{4}$

g) $\frac{x}{3} + \frac{x-1}{2} = x$

h) $\frac{x-1}{3} - \frac{2x+1}{4} = 1$

i) $\frac{2(x+1)}{3} - \frac{3.(x+2)}{4} = \frac{x+1}{6}$



AULA

03

SISTEMAS DE EQUAÇÕES

ASSISTA À AULA



Professor Ricardinho



Matemática – Frente B



$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$$



Sistemas de equações



Métodos de resolução

 Método da Adição

 Método da Substituição

Sistemas de equações



Método da Adição

$$\begin{cases} 4x + \cancel{y} = 13 \\ 3x - \cancel{y} = 8 \end{cases} +$$

$$7x = 21$$

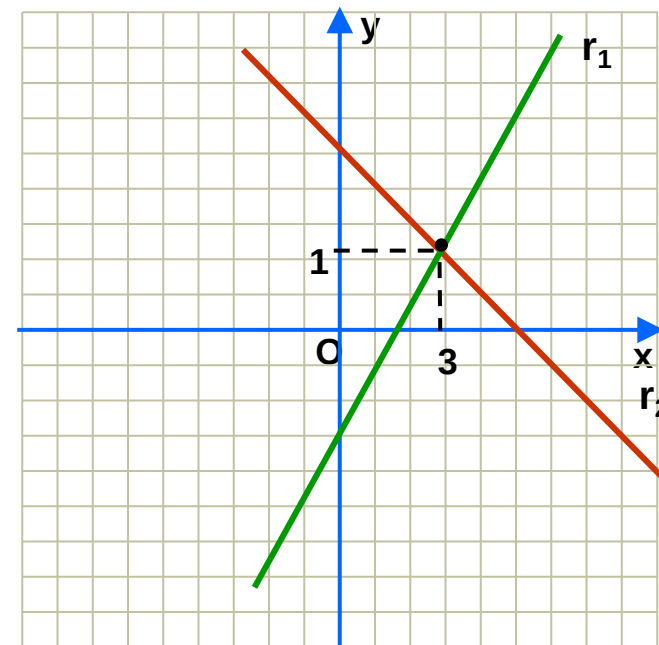
$$x = 3$$

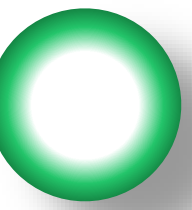
$$4. + y = 13$$

$$12 + y = 13$$

$$y = 1$$

$$S = \{(3, 1)\}$$





Método da Adição

$$\begin{cases} 3x + 2y = 19 \\ x + y = 8 \end{cases} \cdot (-2)$$

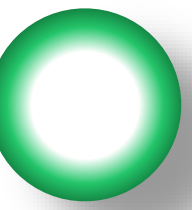
$$\begin{cases} 3x + \cancel{2y} = 19 \\ -2x - \cancel{2y} = -16 \end{cases} +$$

$$x = 3$$

$$3. + 2y = 19$$

$$y = 5$$

$$S = \{(3, 5)\}$$



Método da Substituição

$$\begin{cases} 3x + 2y = 19 \\ x + y = 8 \end{cases}$$

$$x = 8 - y$$

$$x = 8 -$$

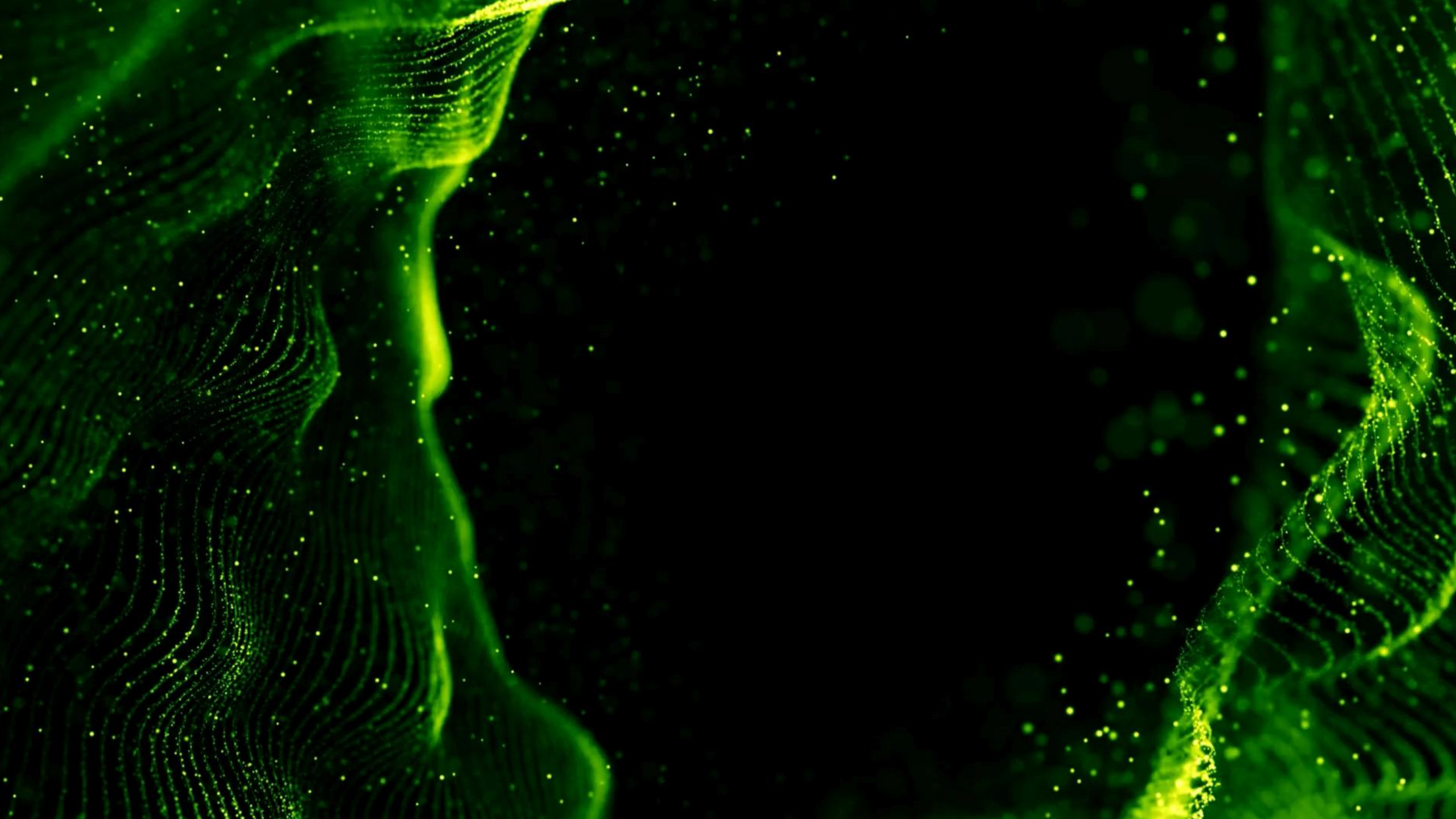
$$x = 3$$

$$3.(\quad) + 2y = 19$$

$$24 - 3y + 2y = 19$$

$$-y = 19 - 24$$

$$y = 5$$



Exercícios em Sala



1. Determine a solução do sistema $\begin{cases} 5x + 2y = 9 \\ x + y = 3 \end{cases}$

2. Sendo o par (a,b) solução do sistema $\begin{cases} 7x + 2y = 41 \\ 3x - 5y = 0 \end{cases}$,
determine o valor de $a.b$.



3. A tabela apresenta os produtos de uma lanchonete consumidos por dois clientes (I e II) e os valores pagos.

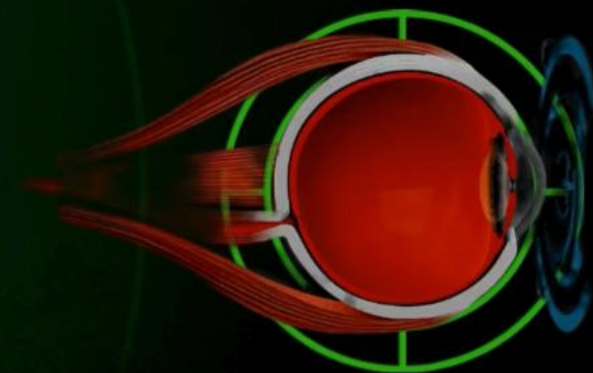
CLIENTE	PRODUTOS	VALOR
I	2 sucos + 3 sorvetes	R\$22,00
II	4 sucos + 2 sorvetes	R\$28,00

A partir dessas informações, um cliente que consumir 1 suco + 1 sorvete pagará:

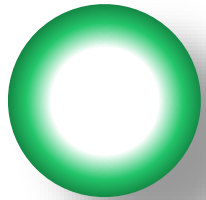
- a) R\$ 8,00
- b) R\$ 9,00
- c) R\$ 10,00
- d) R\$ 11,00
- e) R\$ 12,00



OLHO NO VESTIBULAR



RICARDINHOMATEMATICAX.COM.BR



Rasgou-se uma das fichas onde foram registrados o consumo e a despesa correspondente de três mesas de uma lanchonete, como indicado abaixo.

Mesa 1
2 sucos
3 sanduíches
R\$ 14,00

Mesa 2
4 sucos
5 sanduíches
R\$ 25,00

Mesa 3
1 suco
1 sanduíche
R\$

Nessa lanchonete, os sucos têm um preço único, e os sanduíches também. O valor da despesa da mesa 3 é

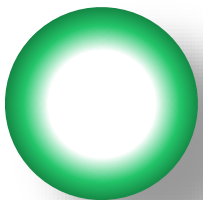
 **A** R\$ 5,50

B R\$ 6,00

C R\$ 6,40

D R\$ 7,00

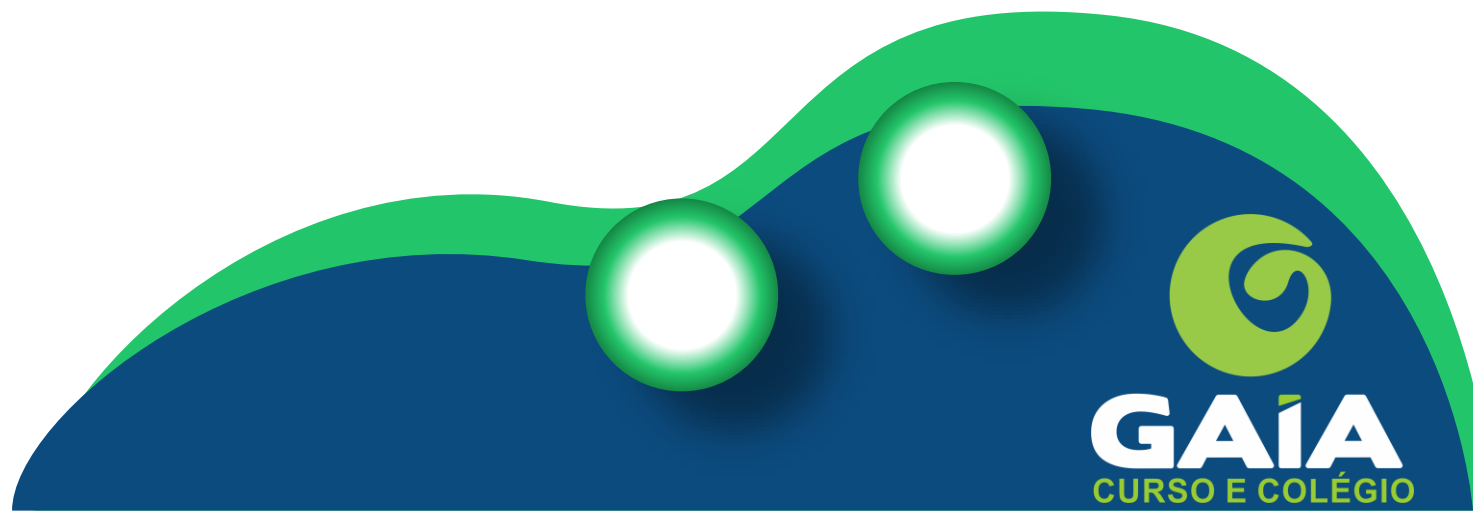
E R\$ 7,20



A soma das idades de um pai e seu filho é 38 anos. Daqui a 7 anos o pai terá o triplo da idade do filho. A idade do pai será:



38 ANOS





AULA

05

EQUAÇÃO DO 2º GRAU

ASSISTA À AULA



Professor Ricardinho

▶ Matemática – Frente B



$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$$



Equações do 2º grau



Forma: $ax^2 + bx + c = 0$

Equações
incompletas

$$b = 0$$

Isola-se o termo
 x^2



▶ Raízes simétricas



$$3x^2 - 243 = 0$$

$$3x^2 = 243$$

$$x^2 = 81$$

$$x = \pm\sqrt{81}$$

$$x_1 = 9 \quad \text{ou} \quad x_2 = -9$$



$$5x^2 - 125 = 0$$

$$5x^2 = 125$$

$$x^2 = 25$$

$$x = \pm\sqrt{25}$$

$$x_1 = 5 \quad \text{ou} \quad x_2 = -5$$

Equações do 2º grau



Forma: $ax^2 + bx + c = 0$

Equações
incompletas

$$c = 0$$

Fatorar a
expressão



► Uma raiz é nula



$$x^2 - 7x = 0$$

$$x(x - 7) = 0$$

$$x = 0 \text{ ou } x - 7 = 0$$

$$x_1 = 0 \quad \text{ou} \quad x_2 = 7$$

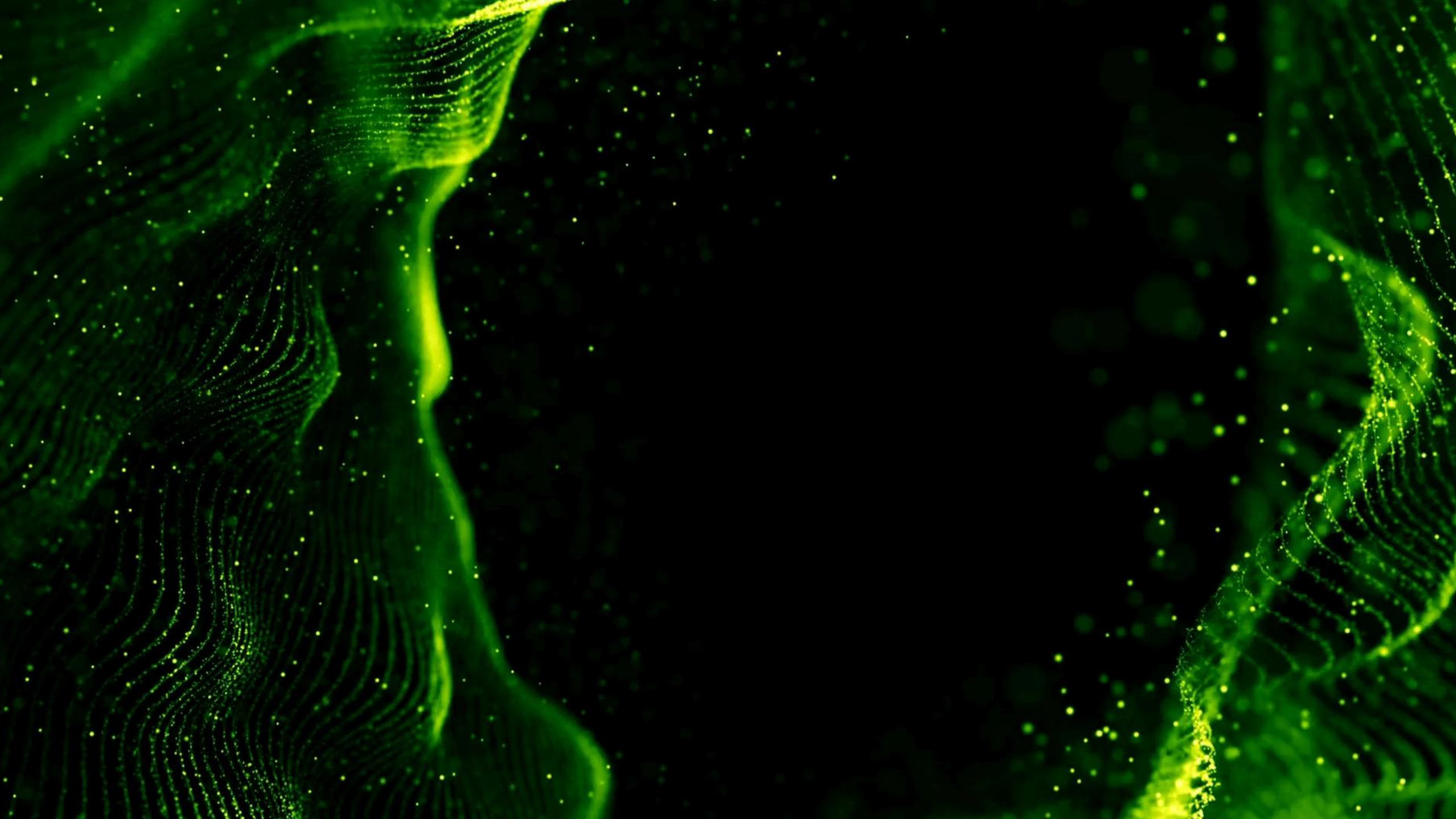


$$3x^2 - 5x = 0$$

$$x(3x - 5) = 0$$

$$x = 0 \text{ ou } 3x - 5 = 0$$

$$x_1 = 0 \quad \text{ou} \quad x_2 = \frac{5}{3}$$



Exercícios de sala

1. Resolver, em $\mathbb{R}$, as seguintes equações:

a) $2x^2 - 128 = 0$

b) $x^2 - 15x = 0$

c) $2x^2 = 0$

Equações
incompletas

$$b = 0$$

Isola-se o termo
 x^2

▶ Raízes
simétricas

Equações
incompletas

$$c = 0$$

Fatorar a
expressão

▶ Uma raiz é
nula

Equações do 2º grau



Forma: $ax^2 + bx + c = 0$

Fórmula Resolutiva da equação quadrática

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

onde:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta > 0$$

Raízes reais e diferentes

$$x_1 \neq x_2$$



$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-7)^2 - 4.1.10$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = -7 \\ c = 10 \end{cases}$$



$$\Delta = 9$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{7 \pm 3}{2}$$



$$x_1 = 5 \text{ ou } x_2 = 2$$

Equações do 2º grau



Fórmula Resolutiva da equação quadrática

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

onde:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta > 0$$

Raízes reais e diferentes

$$x_1 \neq x_2$$

$$\Delta = 0$$

Raízes reais e iguais

$$x_1 = x_2$$



$$x^2 - 10x + 25 = 0 \quad \begin{cases} a = 1 \\ b = -10 \\ c = 25 \end{cases}$$
$$\Delta = b^2 - 4ac$$
$$\Delta = (-10)^2 - 4.1.25$$



$$\Delta = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{10 \pm 0}{2}$$



$$x_1 = 5 \quad \text{ou} \quad x_2 = 5$$

Equações do 2º grau



Fórmula Resolutiva da equação quadrática

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

onde:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta > 0$$

Raízes reais e diferentes

$$x_1 \neq x_2$$

$$\Delta = 0$$

Raízes reais e iguais

$$x_1 = x_2$$

$$\Delta < 0$$

Raízes não reais

$$x_1, x_2 \notin \mathbb{R}$$



$$x^2 - 6x + 13 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-6)^2 - 4.1.13$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = -6 \\ c = 13 \end{cases}$$

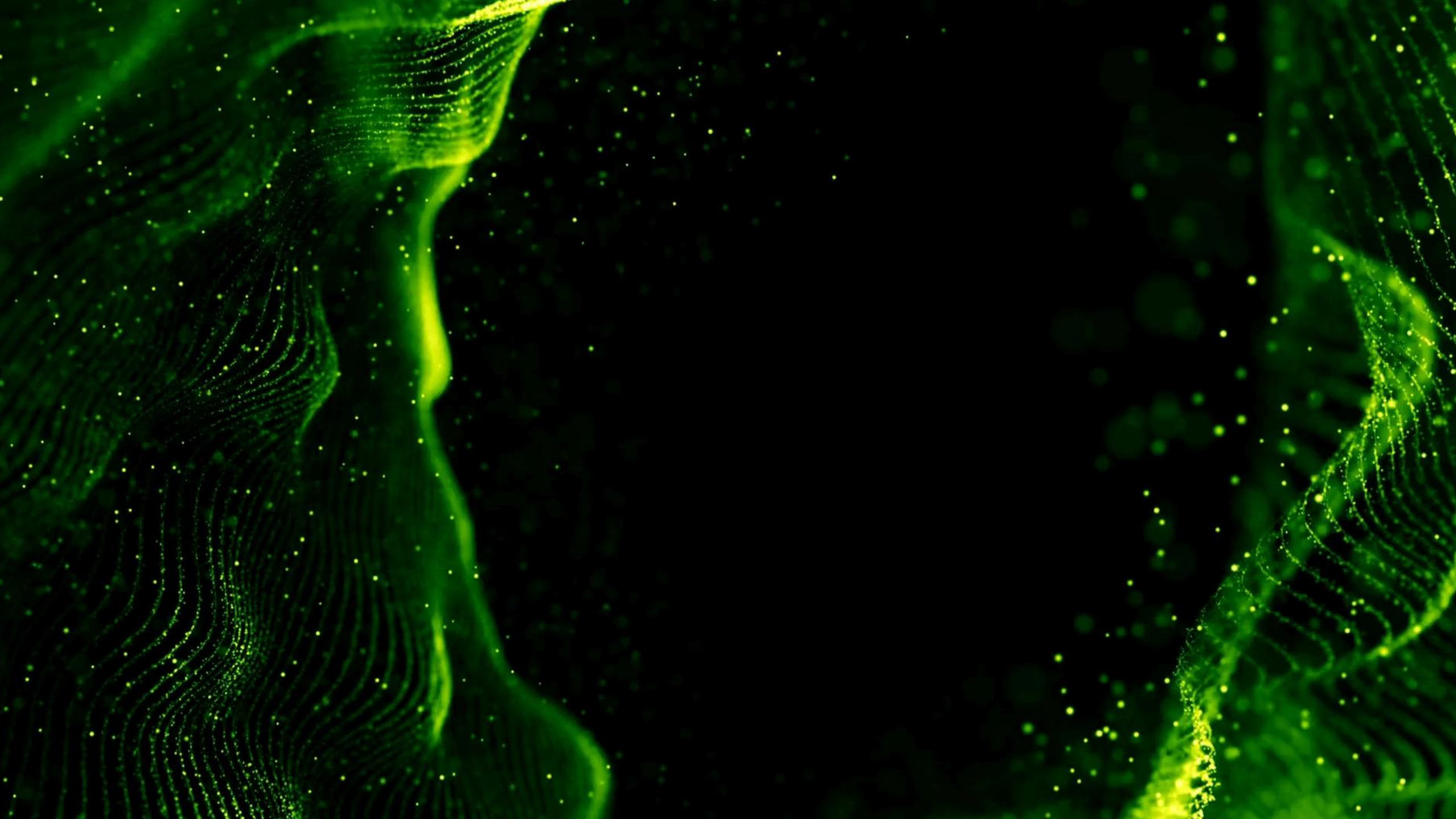
$$\Delta = -16$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{-16}}{2}$$

x_1, x_2 não são reais

$$x_1, x_2 \notin \mathbb{R}$$



Exercícios em sala



Fórmula Resolutiva da equação quadrática

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

onde:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta > 0$$

Raízes reais e diferentes

$$x_1 \neq x_2$$

$$\Delta = 0$$

Raízes reais e iguais

$$x_1 = x_2$$

$$\Delta < 0$$

Raízes não reais

$$x_1, x_2 \notin \mathbb{R}$$

2. O conjunto solução da equação do 2º grau $3x^2 - x + 6 = 2x^2 + 3x + 38$ é:



Resumo

Equação do 2º grau: $ax^2 + bx + c = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta > 0$$

Raízes reais e diferentes
 $x_1 \neq x_2$

$$\Delta = 0$$

Raízes reais e iguais
 $x_1 = x_2$

$$\Delta < 0$$

Raízes não reais
 $x_1, x_2 \notin \mathbb{R}$

Equações
incompletas

$$b = 0$$

Isola-se o termo
 x^2

▶ Raízes
simétricas

Equações
incompletas

$$c = 0$$

Fatorar a
expressão

▶ Uma raiz é
nula



AULA

06

EQUAÇÃO DO 2º GRAU

ASSISTA À AULA



Professor Ricardinho

▶ Matemática – Frente B



$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$$



Lembrando...

Equação do 2º grau: $ax^2 + bx + c = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta > 0$$

Raízes reais e diferentes
 $x_1 \neq x_2$

$$\Delta = 0$$

Raízes reais e iguais
 $x_1 = x_2$

$$\Delta < 0$$

Raízes não reais
 $x_1, x_2 \notin \mathbb{R}$

Equações
incompletas

$$b = 0$$

Isola-se o termo
 x^2

▶ Raízes
simétricas

Equações
incompletas

$$c = 0$$

Fatorar a
expressão

▶ Uma raiz é
nula

Relações de Girard

Equação do 2º grau: $ax^2 + bx + c = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Relações de Girard

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Equação	Soma	Produto	Raízes
$x^2 - 10x + 16 = 0$	10	16	2 e 8
$x^2 - 7x - 8 = 0$	7	- 8	8 e - 1
$x^2 - 6x + 9 = 0$	6	9	3 (raiz dupla)
$x^2 + x - 90 = 0$	- 1	- 90	9 e - 10
$x^2 - 5x - 36 = 0$	5	- 36	9 e - 4

Exercícios Extras

1

Uma dívida de R\$ 10.800,00 deveria ser repartida em parcelas iguais entre um grupo de pessoas. Porém, duas estavam impossibilitadas de cumprir o compromisso, decorrendo daí que a dívida de cada uma das restantes aumentou em R\$900,00. Inicialmente, o grupo era constituído de

- a) 10 pessoas
- b) 9 pessoas
- c) 8 pessoas
- d) 7 pessoas
- e) 6 pessoas

2

O dono de um restaurante percebeu que, quando cobra no almoço o valor de R\$ 20,00 por pessoa, tem diariamente 200 clientes. E que, a cada R\$ 1,00 de aumento no preço do almoço, 4 clientes deixam de frequentar o restaurante. Nessas condições, para que sua receita diária seja R\$ 4900,00, o valor cobrado por pessoa deve ser:



AULA

08

EQUAÇÕES ESPECIAIS

ASSISTA À AULA



Professor Ricardinho

▶ Matemática – Frente B



$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$



Equações Especiais

Equação Biquadrada

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

$$x^2 = t$$

$$t^2 - 13t + 36 = 0$$

$$t_1 = 9 \text{ ou } t_2 = 4$$

$$x^2 = 9$$

$$x^2 = 4$$

$$x_1 = 3 \quad x_3 = 2$$

ou ou

$$x_2 = -3 \quad x_4 = -2$$

$$x^6 - 7x^3 - 8 = 0$$

$$x^3 = t$$

$$t^2 - 7t - 8 = 0$$

$$t_1 = 8 \text{ ou } t_2 = -1$$

$$x^3 = 8$$

$$x^3 = -1$$

$$x_1 = 2 \text{ ou } x_2 = -1$$

Equação Irracional

$$\sqrt{x - 5} - 4 = 0$$

$$\sqrt{x - 5} = 4$$

$$(\sqrt{x - 5})^2 = (4)^2$$

$$x - 5 = 16$$

$$x = 21$$

Após verificação:

$$S = \{21\}$$

$$\sqrt{4x + 5} - x = 0$$

$$\sqrt{4x + 5} = x$$

$$(\sqrt{4x + 5})^2 = (x)^2$$

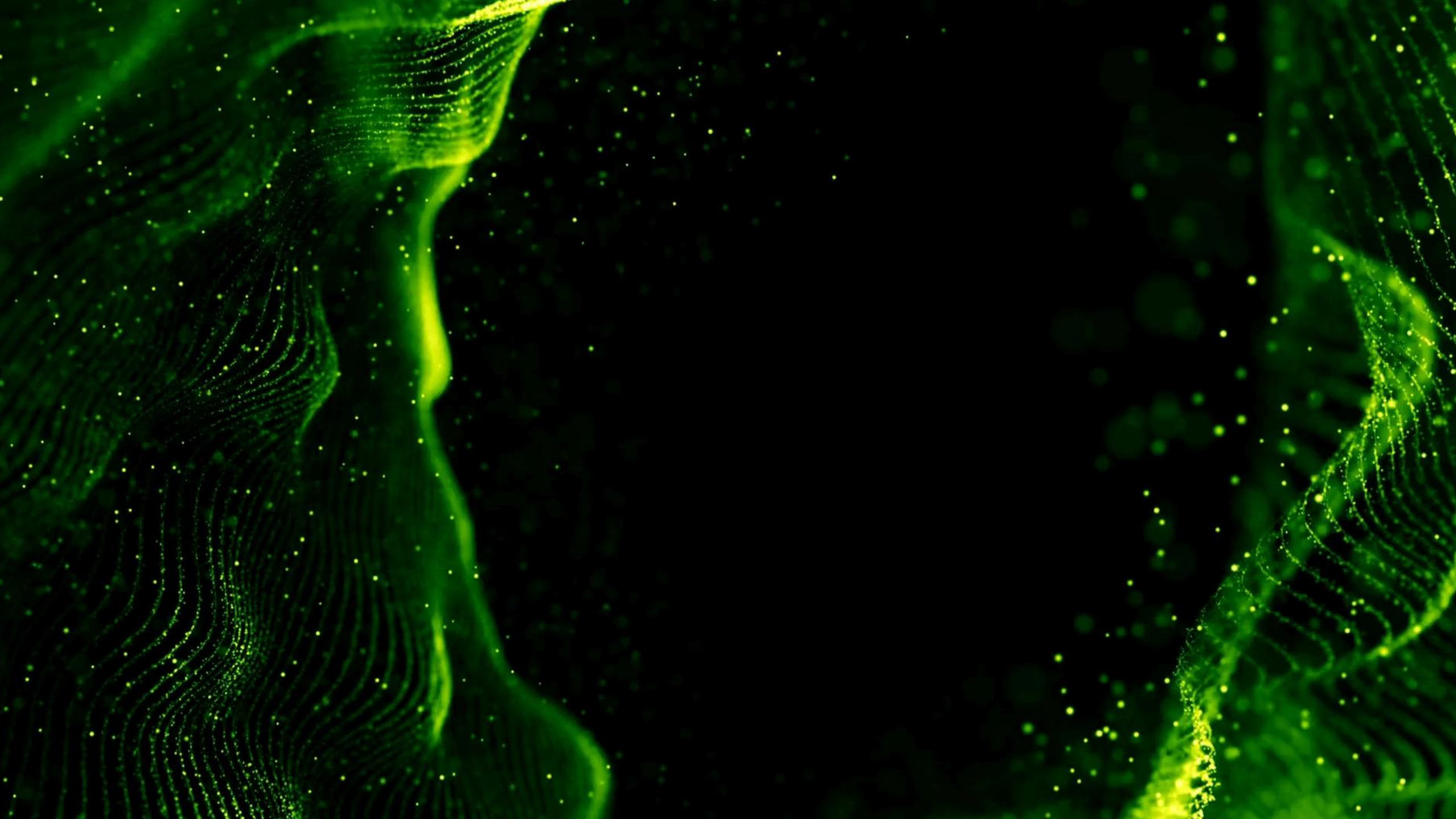
$$4x + 5 = x^2$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$x_1 = 5 \text{ ou } x_2 = -1$$

Após verificação:

$$S = \{5\}$$



Exercícios de sala

1. Resolver em $\mathbb{R}$, as seguintes equações:

a) $x^4 - 15x^2 - 16 = 0$

b) $x^6 - 7x^3 - 8 = 0$

c) $\sqrt{3x - 2} = 5$

d) $\sqrt{2x + 2} = 1 + \sqrt{x + 2}$