

AULA
10

Determinantes II

ASSISTA À AULA



Professor Ricardinho



Matemática – Frente C

Determinantes

PROPRIEDADES

CÁLCULO – 2ª ORDEM

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$

$$\det (A \cdot B) = \det (A) \cdot \det (B)$$

$$\det (A + B) \neq \det (A) + \det (B)$$

CÁLCULO – 3ª ORDEM

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$\det A = a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{13} \cdot a_{21} \cdot a_{32} - a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31} - a_{11} \cdot a_{23} \cdot a_{32} - a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{33}$$

Propriedade dos determinantes

Casos onde o determinante é nulo

$$\begin{vmatrix} 0 & 3 & 9 \\ 0 & -8 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Fila de elementos
Igual a zero

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 4 & 10 & 2 \\ 1 & 4 & \sqrt{2} \end{vmatrix} = 0$$

2 Filas paralelas
proporcionais

$$\begin{vmatrix} 9 & 3 & 9 \\ 3 & -8 & 3 \\ 1 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

2 Filas paralelas
Iguais

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 9 & -8 & 1 \\ 3 & 4 & 7 \end{vmatrix} = 0$$

Uma das filas é a
soma de duas
outras

O determinante de uma matriz triangular é igual ao produto dos elementos da diagonal principal.

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 9 & 3 \\ 0 & 1 & 7 & 4 \\ 0 & 0 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\det B = 2 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 1 = 10$$

Se trocarmos a posição de duas filas paralelas, o determinante trocará de sinal.

Se multiplicarmos uma fila por um número real, o determinante será multiplicado por esse número.

Determinantes

Teorema de Laplace

- ❑ O determinante de uma matriz quadrada de ordem n , $n \geq 2$, é igual à **soma dos produtos** dos elementos de uma fila (linha ou coluna) qualquer **pelos respectivos cofatores**.

Cofator C_{ij}

- ❑ Numa matriz quadrada A , de ordem $n \geq 2$, chama-se **cofator** do elemento a_{ij} (simbolicamente C_{ij}) o número real definido por

$$C_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot M_{ij}$$

- ❑ Obs.: M_{ij} é o menor complementar do elemento a_{ij} .

Determinantes

- Considerando a matriz A abaixo, calcular C_{13} , cofator do elemento a_{13} e C_{23} , cofator do elemento a_{23} .

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 0 \\ 2 & 8 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C_{13} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 8 \end{vmatrix}$$

$$C_{13} = (24 - 4)$$

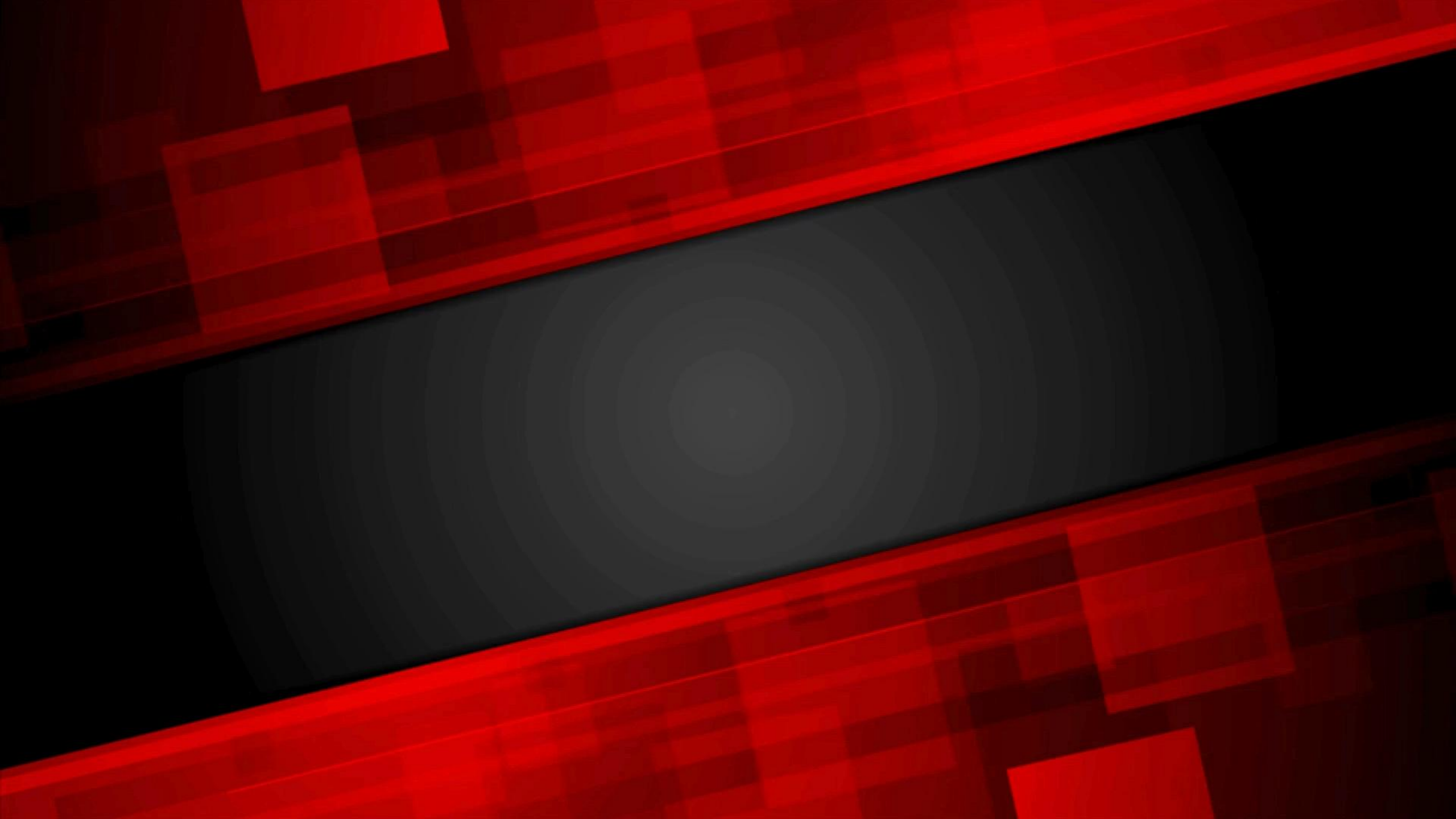
$$C_{13} = 20$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 0 \\ 2 & 8 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C_{23} = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 2 & 8 \end{vmatrix}$$

$$C_{23} = (16 - 10)$$

$$C_{23} = -6$$



Determinantes

Teorema de Laplace

- ❑ O determinante de uma matriz quadrada de ordem n , $n \geq 2$, é igual à **soma dos produtos** dos elementos de uma fila (linha ou coluna) qualquer **pelos respectivos cofatores**.

1

EXERCÍCIOS DE SALA

1. O determinante da matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 4 & 3 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \end{pmatrix}$ é igual

a:

Determinantes

Regra de Chió

Procurar o elemento 1 na matriz
(Preferência $a_{11} = 1$)

$$\begin{vmatrix} \textcircled{1} & 3 & 1 \\ 2 & 7 & 5 \\ 3 & 9 & 7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 7-6 & 5-2 \\ 9-9 & 7-3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot 4 - 3 \cdot 0 = 4$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \textcircled{1} & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3-8 & 1-4 & 0-2 \\ 2-12 & 2-6 & 0-3 \\ 2-4 & 3-2 & 2-1 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} -5 & -3 & -2 \\ -10 & -4 & -3 \\ -2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -7$$

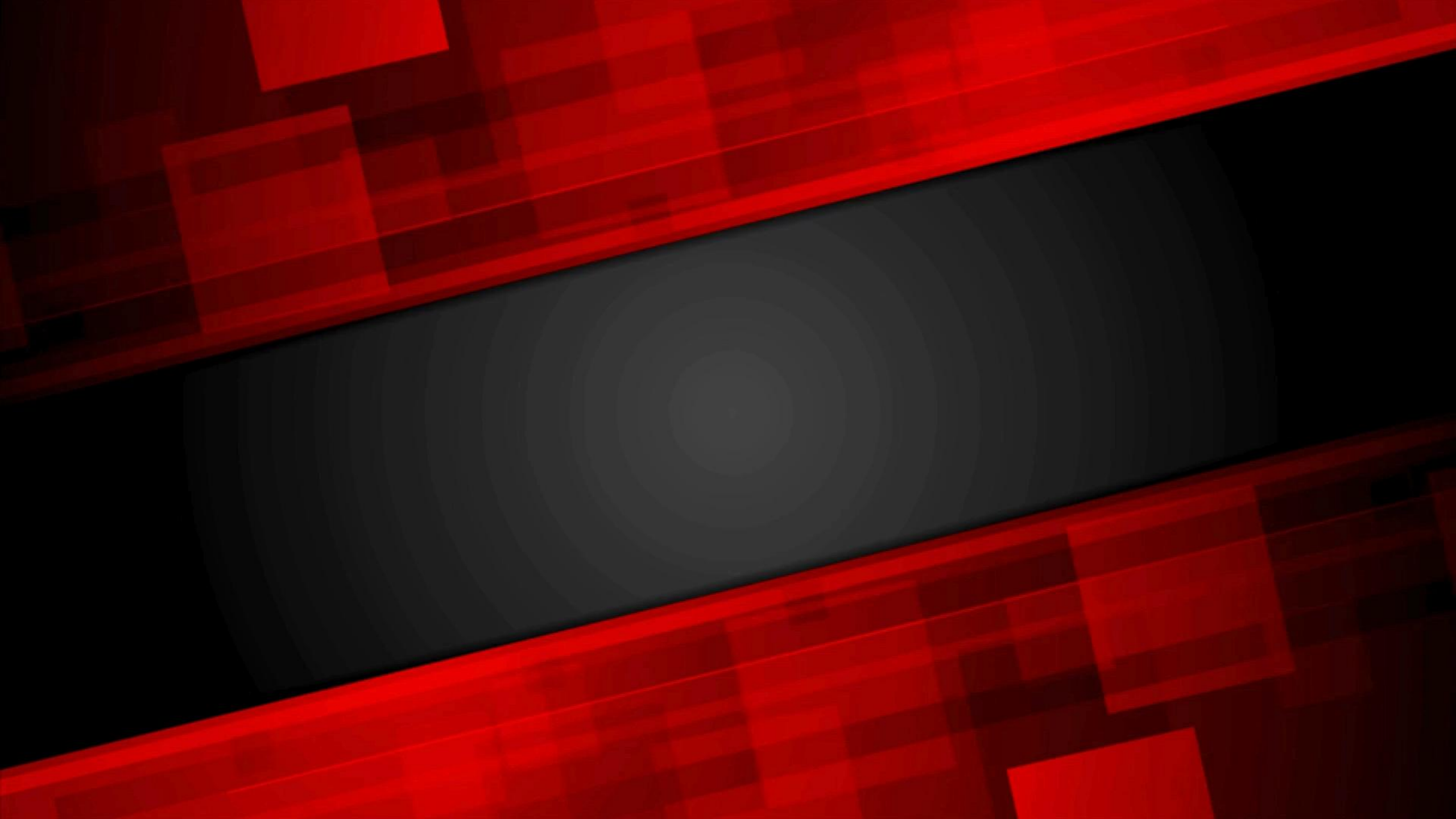
$$= 7$$

Determinantes

Regra de Chió

Procurar o elemento 1 na matriz
(Preferência $a_{11} = 1$)

$$\begin{vmatrix} \textcircled{1} & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2-\mathbf{1} & 2-\mathbf{1} & 2-\mathbf{1} \\ 2-\mathbf{1} & 3-\mathbf{1} & 3-\mathbf{1} \\ 2-\mathbf{1} & 3-\mathbf{1} & 4-\mathbf{1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \textcircled{1} & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} \\
 = \begin{vmatrix} 2-\mathbf{1} & 2-\mathbf{1} \\ 2-\mathbf{1} & 3-\mathbf{1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \textcircled{1} & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = |2-\mathbf{1}| = |1| = 1$$



Determinantes

Regra de Chió

Procurar o elemento 1 na matriz
(Preferência $a_{11} = 1$)

$$\begin{vmatrix} \textcircled{1} & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2-\mathbf{1} & 2-\mathbf{1} & 2-\mathbf{1} \\ 2-\mathbf{1} & 3-\mathbf{1} & 3-\mathbf{1} \\ 2-\mathbf{1} & 3-\mathbf{1} & 4-\mathbf{1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \textcircled{1} & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} \\
 = \begin{vmatrix} 2-\mathbf{1} & 2-\mathbf{1} \\ 2-\mathbf{1} & 3-\mathbf{1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \textcircled{1} & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = |2-\mathbf{1}| = |1| = 1$$

2

EXERCÍCIOS DE SALA

Resolva a equação

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 1 & x & 2 & 2 \\ 0 & x & x & 3 \\ -1 & 2 & x & 2 \end{vmatrix} = 0$$

Determinantes Vandermonde

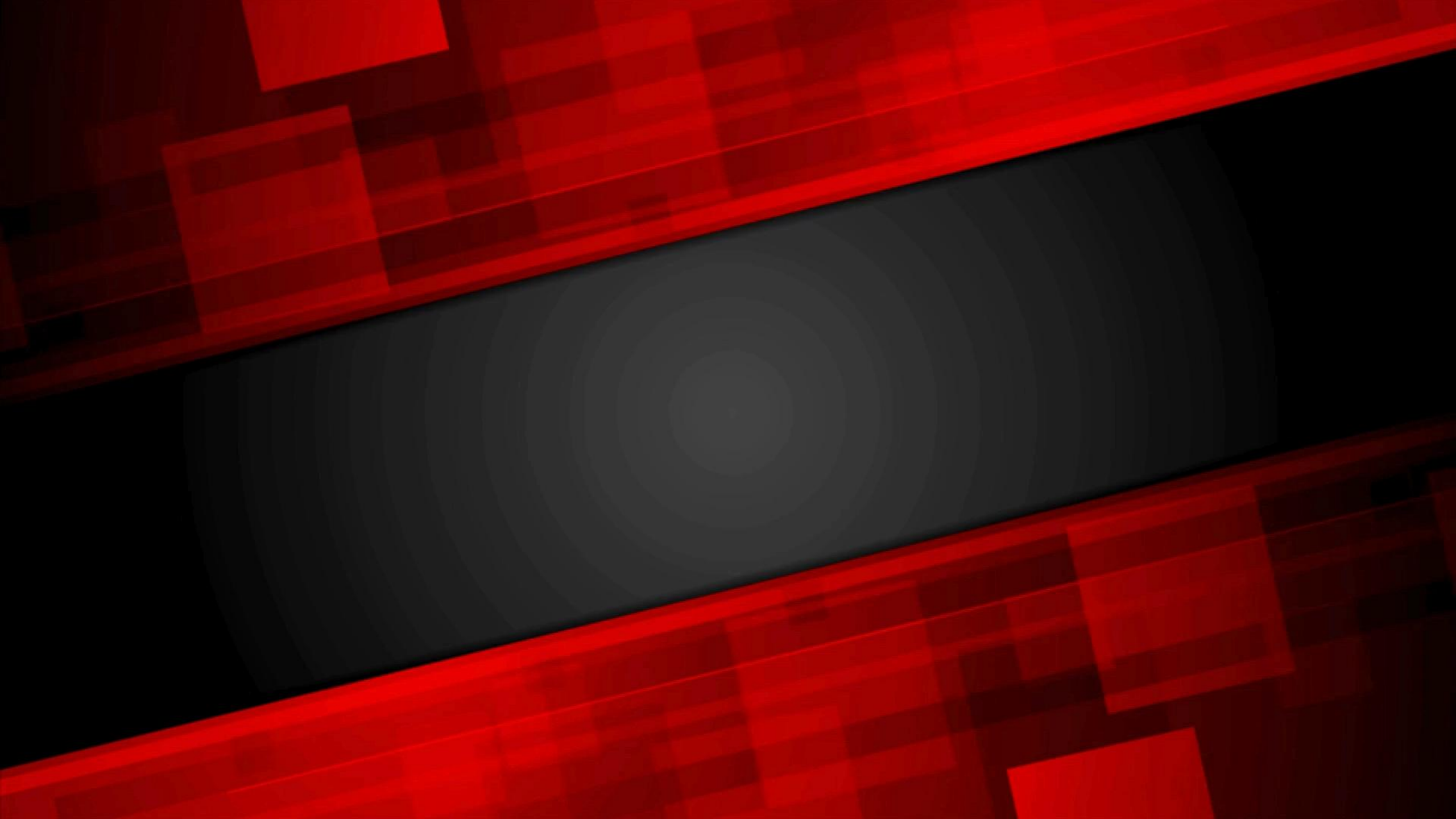
A matriz $V = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ a_1 & a_2 & \cdots & a_n \\ a_1^2 & a_2^2 & \cdots & a_n^2 \\ a_1^3 & a_2^3 & \cdots & a_n^3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_1^{n-1} & a_2^{n-1} & \vdots & a_n^{n-1} \end{bmatrix}$ é chamada matriz de Vandermonde ou matriz das potências.

Observe que na matriz de Vandermonde cada coluna é formada por potências de mesma base com expoentes inteiros, que variam de 0 até $n - 1$.

Exemplos:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 4 & 9 & 16 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 6 & 3 & 4 & 2 \\ 36 & 9 & 16 & 4 \\ 216 & 27 & 64 & 8 \end{bmatrix}$$



Determinantes Vandermonde

O determinante da matriz de Vandermonde é dado pelo **produto** de **todas as diferenças** possíveis entre um elemento qualquer da linha base e todos os anteriores.

3

EXERCÍCIOS DE SALA

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \\ 16 & 4 & 9 \end{vmatrix}$$

$$\det A = (2 - 4) \cdot (3 - 4) \cdot (3 - 2) = (-2)(-1) \cdot 1 = 2$$

$$\det B = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 6 & 3 & 5 & 2 \\ 36 & 9 & 25 & 4 \\ 216 & 27 & 125 & 8 \end{vmatrix}$$

$$\det B = (3 - 6) \cdot (5 - 6) \cdot (5 - 3) \cdot (2 - 6) \cdot (2 - 3) \cdot (2 - 5)$$

$$\det B = (-3) \cdot (-1) \cdot (2) \cdot (-4) \cdot (-1) \cdot (-3) = -72$$

TAREFA MÍNIMA

1, 2, 5, 6, 12 e 17



Matriz Inversa

ASSISTA À AULA



Professor Ricardinho



Matemática – Frente C

Matriz Inversa

$$A \cdot A^{-1} = I_n$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 - 2 & -1 + 1 \\ 6 - 6 & -2 + 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$BA = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 - 2 & 3 - 3 \\ -2 + 2 & -2 + 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- ✓ A é a inversa de B ($A = B^{-1}$);
- ✓ B é a inversa de A ($B = A^{-1}$).

Matriz Inversa

Processo

PP/SS/DD

**Principal
Posição**

**Secundária
Sinal**

**Dividir p/
determinante**

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\det A = 3.5 - 2.1$$

$$\det A = 13$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{-}{13} & \frac{-}{13} \\ \frac{-}{13} & \frac{-}{13} \end{pmatrix}$$

Matriz Inversa


$$A \cdot A^{-1} = I_n$$

$$\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det(A)}$$

▶ CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA

- ▶ Se **$\det A \neq 0$** a matriz possui inversa, sendo assim chamada de **invertível**.
- ▶ Se **$\det A = 0$** a matriz não admite inversa é chamada de **singular**.

▶ PROCESSO PRÁTICO (2ª ORDEM)

PP/SS/DD

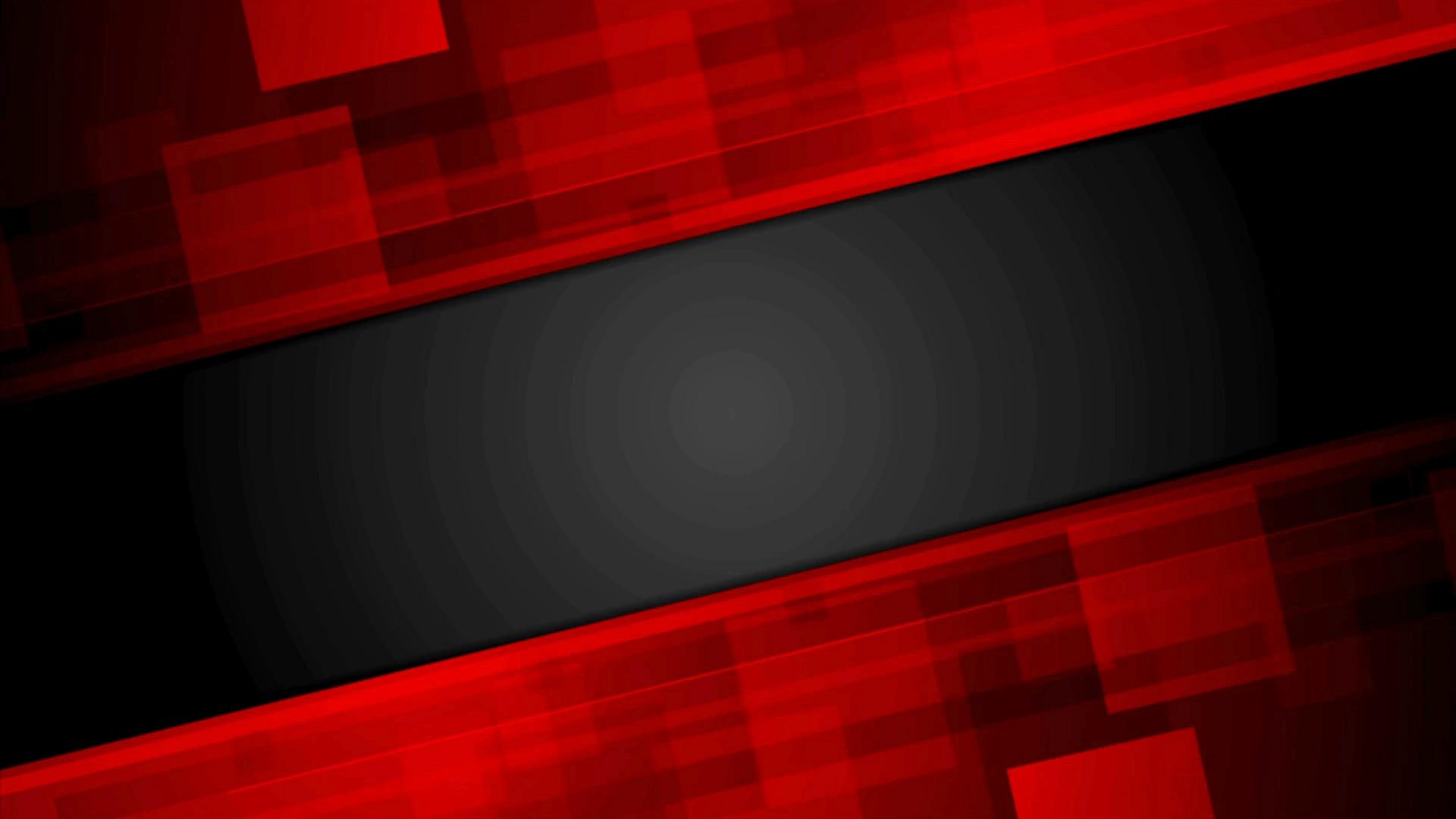
Principal
Posição

Secundária
Sinal

Dividir p/
determinante

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$


$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{d}{\det A} & \frac{-b}{\det A} \\ \frac{-c}{\det A} & \frac{a}{\det A} \end{pmatrix}$$



1

EXERCÍCIOS DE SALA

Determine a inversa da matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

2

EXERCÍCIOS DE SALA

Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ -2 & 0 & 5 \\ 7 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Calcule o determinante da matriz inversa de A.

3

EXERCÍCIOS DE SALA

3. A matriz $A = \begin{pmatrix} x & 2 \\ 8 & x \end{pmatrix}$, na qual x é um número real, é inversível se, e somente se:

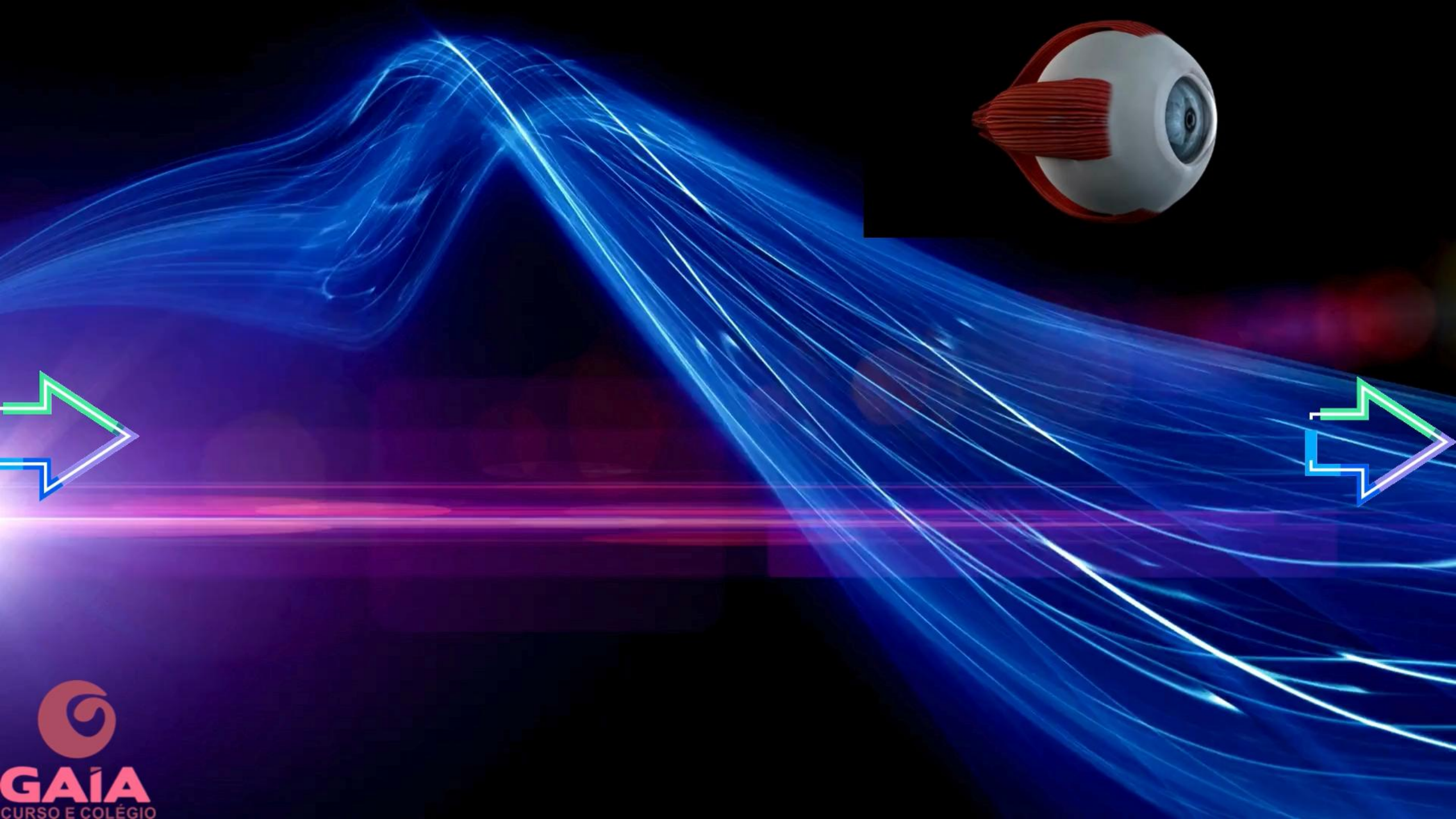
- a) $x = 0$
- b) $x = \pm 4$
- c) $x = -4$
- d) $x \neq \pm 4$
- e) $x \neq 4$

4

EXERCÍCIOS DE SALA

4. (UDESC) Se A^T e A^{-1} representam, respectivamente, a transposta e a inversa da matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$, então o determinante da matriz $B = A^T - 2A^{-1}$ é igual a:

- a) $\frac{-111}{2}$
- b) $\frac{-83}{2}$
- c) -166
- d) $\frac{97}{2}$
- e) 62





Verdadeiro

A matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & 5 & 1 \\ 5 & 4 & 8 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

não admite inversa.

Verdadeiro

Se $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$; então $(\mathbf{A} + \mathbf{A}^{-1} - \mathbf{A}^{\dagger})^2 = \begin{pmatrix} 14 & -5 \\ -25 & 9 \end{pmatrix}$

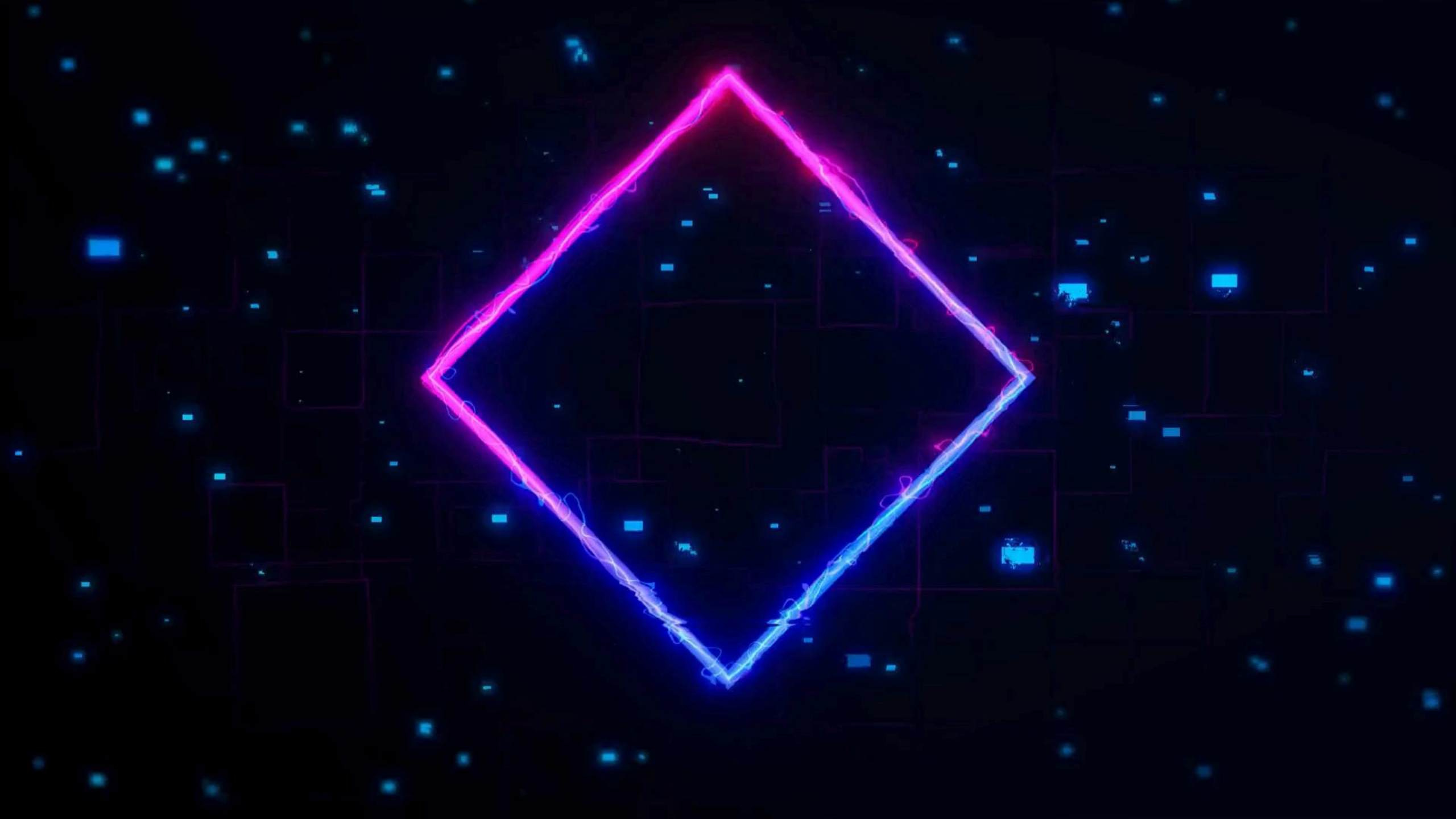
Falso

O valor do determinante da inversa da matriz

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 4 & 0 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 2 & 5 \\ 2 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \text{ é } \det(\mathbf{A}^{-1}) = 24$$

Falso

Se $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, então $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -3 \end{bmatrix}$ é a inversa de $\mathbf{A}$.



Matriz Inversa

$$A \cdot A^{-1} = I_n$$

$$\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det(A)}$$

▶ CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA

Se **$\det A \neq 0$** a matriz possui inversa, sendo assim chamada de **invertível**.

Se **$\det A = 0$** a matriz não admite inversa é chamada de **singular**.

PROCESSO PRÁTICO (2ª ORDEM)

PP/SS/DD

Principal
Posição

Secundária
Sinal

Dividir p/
determinante

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{d}{\det A} & \frac{-b}{\det A} \\ \frac{-c}{\det A} & \frac{a}{\det A} \end{pmatrix}$$

TAREFA MÍNIMA

1, 2, 3, 5, 7, 9, 12

AULA 12

Revisão Matrizes e determinantes

ASSISTA
MATRIZES - CONCEITOS INICIAIS



ASSISTA
MATRIZES - OPERAÇÕES



ASSISTA
DETERMINANTES - CÁLCULO



ASSISTA
DETERMINANTES - PROPRIEDADES



ASSISTA
MATRIZ INVERSA



Professor Ricardinho

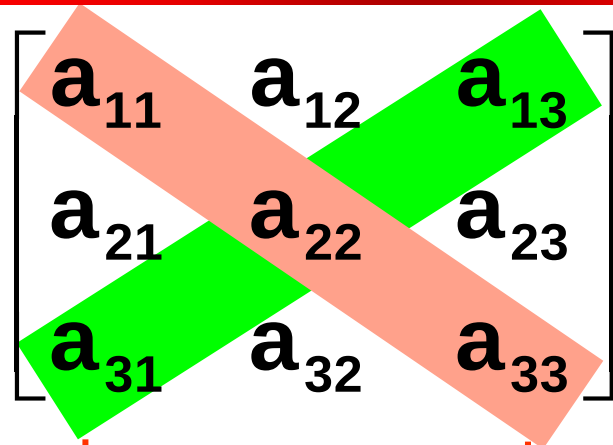


Matemática – Frente C

Tarefa
questões
ufsc 2013 a
2025

Matrizes – Tipologia

Matriz Quadrada (A_n)



$$A_{m \times n} \cdot B_{n \times p} = C_{m \times p}$$

Matriz Transposta

$$A_{2 \times 3} = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 8 \\ 7 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad A^t_{3 \times 2} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

Simétrica

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & 8 \\ 5 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A = A^t$$

Antissimétrica

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & -5 \\ -3 & 0 & -8 \\ 5 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A = -A^t$$

Matriz Identidade

$$I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Neutra na multiplicação
 $A \cdot I = A$
 $B \cdot I = B$
 $C \cdot I = C$

Matriz Triangular

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 8 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

Superior

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 5 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

Inferior

Matriz Diagonal

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

Matrizes

10. (UNIOESTE-PR) Sendo A uma matriz quadrada e n um inteiro maior ou igual a 1, define-se A^n como a multiplicação de A por A , n vezes. No caso de A ser a matriz

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \text{ é correto afirmar que a soma}$$

$A + A^2 + A^3 + \dots + A^{39} + A^{40}$ é igual à matriz

a) $\begin{pmatrix} 20 & -20 \\ -20 & 20 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 40 & -20 \\ -20 & 40 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 0 & -40 \\ -40 & 0 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 40 & -40 \\ -40 & 40 \end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 20 \end{pmatrix}$

Determinantes

CÁLCULO – 2ª ORDEM

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$

CÁLCULO – 3ª ORDEM

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{13} & a_{11} \\ a_{23} & a_{21} \\ a_{33} & a_{31} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_{12} & a_{11} \\ a_{22} & a_{21} \\ a_{32} & a_{31} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_{13} & a_{12} \\ a_{23} & a_{22} \\ a_{33} & a_{32} \end{vmatrix}$$

$$\det A = a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{13} \cdot a_{21} \cdot a_{32} - a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31} - a_{11} \cdot a_{23} \cdot a_{32} - a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{33}$$

CÁLCULO – 4ª ORDEM

Teorema de Laplace ou Regra de Chió

3. (UFTM) É dada a matriz $A = \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$, onde a e b são

números reais. Se $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 22 \end{pmatrix}$, então o determi-

nante de A é igual a

- a) $3b + 4a$
- b) $2b^2 + a^2$
- c) $b^2 + 5$
- d) $5a + 2$
- e) $5a$

Determinantes

Regra de Chió

Procurar o elemento 1 na matriz
(Preferência $a_{11} = 1$)

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3-8 & 1-4 & 0-2 \\ 2-12 & 2-6 & 0-3 \\ 2-4 & 3-2 & 2-1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -5 & -3 & -2 \\ -10 & -4 & -3 \\ -2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -7$$

Propriedade dos determinantes

Casos onde determinante é nulo

- ▶ Fila de elementos Igual a zero
- ▶ 2 Filas paralelas iguais
- ▶ 2 Filas paralelas proporcionais
- ▶ Uma das filas é a soma de duas outras

Se trocarmos a posição de duas filas paralelas, o determinante trocará de sinal.

Se multiplicarmos uma fila por um número real, o determinante será multiplicado por esse número.

Seja k , um número real e A uma matriz de ordem n :

$$\det(k.A) = k^n \cdot \det A$$

$$\det(A) = \det(A^t)$$

O determinante de uma matriz triangular é igual ao produto dos elementos da diagonal principal.

Se A e B são duas matrizes de ordem n , temos:

$$\det(A.B) = \det(A) \cdot \det(B)$$

Matriz Inversa

$$A \cdot A^{-1} = I_n$$

$$\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det(A)}$$

▶ CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA

Se **$\det A \neq 0$** a matriz possui inversa, sendo assim chamada de **invertível**.

Se **$\det A = 0$** a matriz não admite inversa é chamada de **singular**.

▶ PROCESSO PRÁTICO (2ª ORDEM)

PP/SS/DD

Principal
Posição

Secundária
Sinal

Dividir p/
determinante

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{d}{\det A} & \frac{-b}{\det A} \\ \frac{-c}{\det A} & \frac{a}{\det A} \end{pmatrix}$$

Matriz Inversa

$$A \cdot A^{-1} = I_n$$

$$\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det(A)}$$

▶ CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA

Se **$\det A \neq 0$** a matriz possui inversa, sendo assim chamada de **invertível**.

Se **$\det A = 0$** a matriz não admite inversa é chamada de **singular**.

▶ PROCESSO PRÁTICO (2ª ORDEM)

PP/SS/DD

Principal
Posição

Secundária
Sinal

Dividir p/
determinante

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{d}{\det A} & \frac{-b}{\det A} \\ \frac{-c}{\det A} & \frac{a}{\det A} \end{pmatrix}$$

8. (UNICAMP–SP) Considere a matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ b & 1 & a \\ 1 & b & 1 \end{pmatrix}$,

onde a e b são números reais distintos. Podemos afirmar que

- a) a matriz M não é invertível.
- b) o determinante de M é positivo.
- c) o determinante de M é igual a $a^2 - b^2$.
- d) a matriz M é igual à sua transposta.

Matriz Inversa

12.(UFSC-adaptada) Some os números associados às proposições corretas.

01) Uma matriz quadrada de ordem n que satisfaz a propriedade $A \cdot A^T = A^T \cdot A = I_n$, sendo I_n a matriz identidade de ordem n , é chamada "ortogonal". Se B é uma matriz ortogonal, então $\det(B) = \pm 1$.

02) Se $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$ é a matriz inversa de A , então $\det(5A) = 125$.

04) Sejam A , B e C matrizes quadradas. Se $A \cdot B = A \cdot C$, então $B = C$.

08) Uma matriz quadrada é chamada "simétrica" quando $A = A^T$. Se A , B e $A \cdot B$ são matrizes simétricas, então o produto de A por B é comutativo.

16) Se $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$ tal que $a_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{se } i \neq j \\ 2, & \text{se } i = j \end{cases}$, então $\det(A \cdot A^{-1}) = 6$.

Matriz Inversa

$$A \cdot A^{-1} = I_n$$

$$\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det(A)}$$

▶ CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA

Se **$\det A \neq 0$** a matriz possui inversa, sendo assim chamada de **invertível**.

Se **$\det A = 0$** a matriz não admite inversa é chamada de **singular**.

▶ PROCESSO PRÁTICO (2ª ORDEM)

PP/SS/DD

Principal
Posição

Secundária
Sinal

Dividir p/
determinante

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{d}{\det A} & \frac{-b}{\det A} \\ \frac{-c}{\det A} & \frac{a}{\det A} \end{pmatrix}$$

AULA 12

Revisão Matrizes e determinantes

ASSISTA
MATRIZES - CONCEITOS INICIAIS



ASSISTA
MATRIZES - OPERAÇÕES



ASSISTA
DETERMINANTES - CÁLCULO



ASSISTA
DETERMINANTES - PROPRIEDADES



ASSISTA
MATRIZ INVERSA



Professor Ricardinho



Matemática – Frente C

Tarefa
questões
ufsc 2013 a
2025