AULA

07

Função polinomial do 2º grau

ASSISTA À AULA

Professor Ricardinho

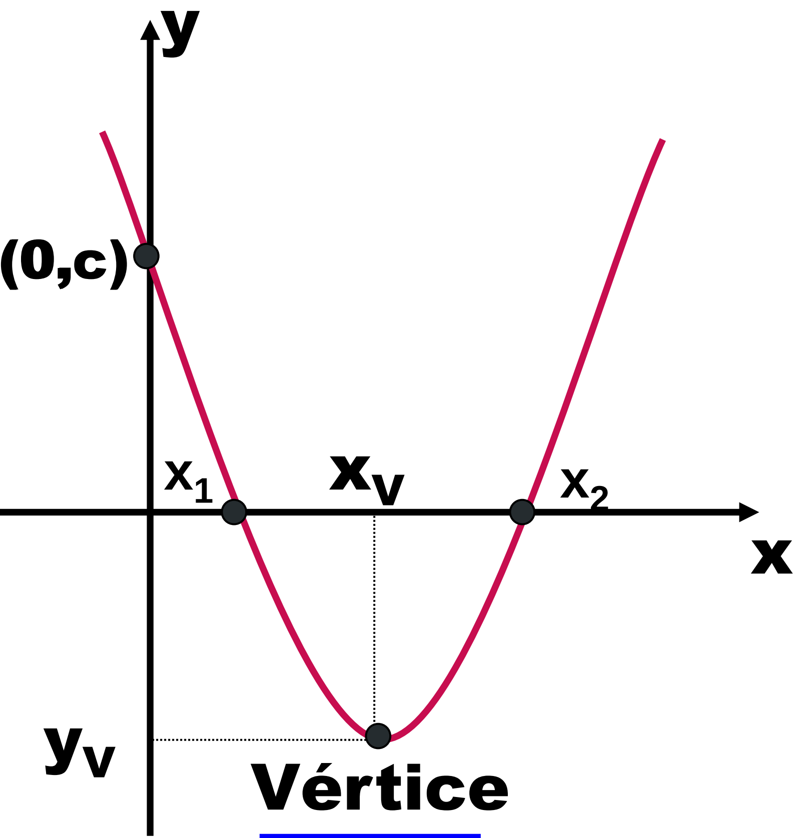
Matemática – Frente A

www.ricardinhomatematicax.com.br

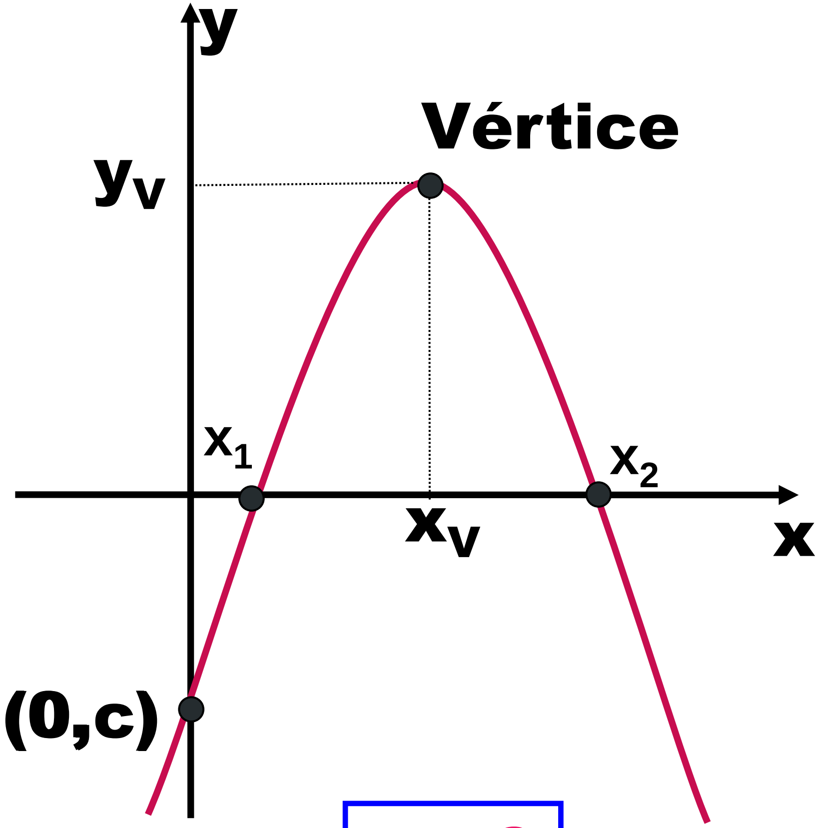
GAIA
CURSO E COLÉGIO

Função Polinomial do 2º grau

Forma: $y = f(x) = ax^2 + bx + c$



$a > 0$



$a < 0$

Raízes ou Zeros da Função

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a};\ \Delta = b^2 - 4ac$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 . x_2 = \frac{c}{a}$$

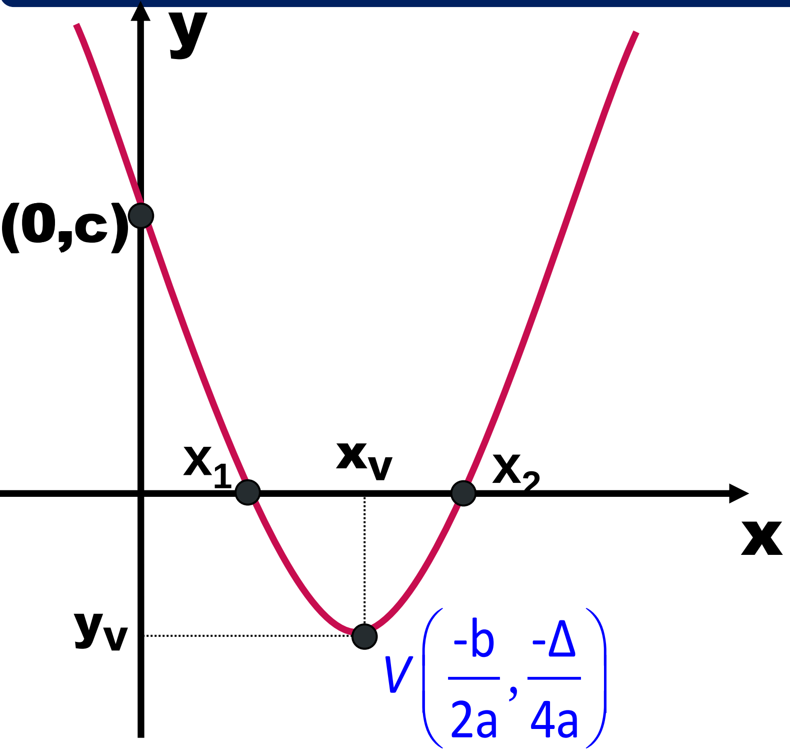
Coordenadas do vértice

$$x_V = \frac{-b}{2a} \quad \text{e} \quad y_V = \frac{-\Delta}{4a}$$

GAIA
CURSO E COLÉGIO

Função Polinomial do 2º grau

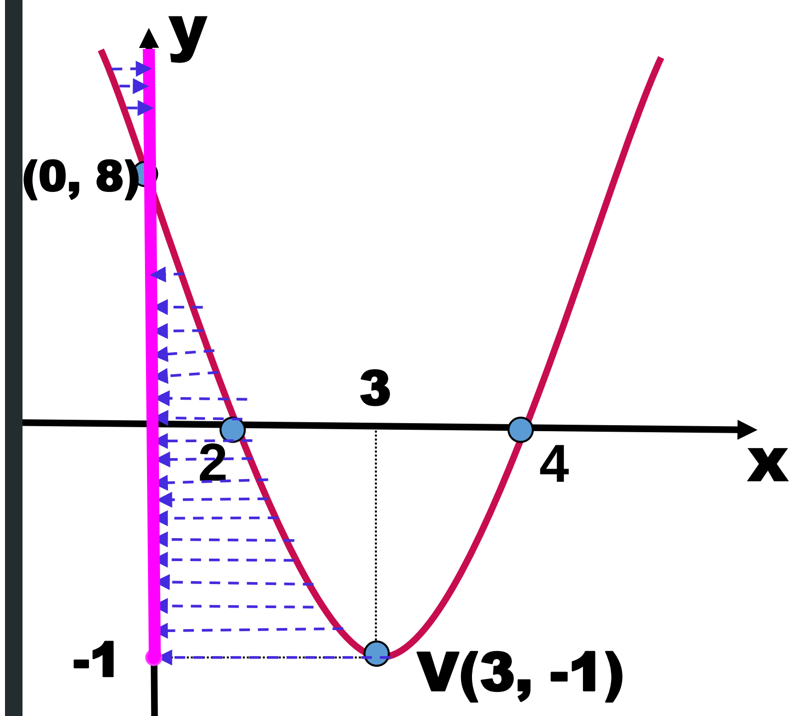
$y = f(x) = ax^2 + bx + c$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a};\ \Delta = b^2 - 4ac$$

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $\boxed{a = 1;\ b = -6;\ c = 8}$

$f(x) = x^2 - 6x + 8$



$Im(f) = [-1, \infty)$

RAÍZES

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-6)^2 - 4.1.8 \Rightarrow \boxed{\Delta = 4}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{4}}{2.1}$$

$x_1 = 2$ ou $x_2 = 4$

COORDENADAS DO VÉRTICE

Modo 1

$$x_V = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-6)}{2.1} = 3$$

$$y_V = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-4}{4.1} = -1$$

Modo 2

$$x_V = \frac{2+4}{2} = 3$$

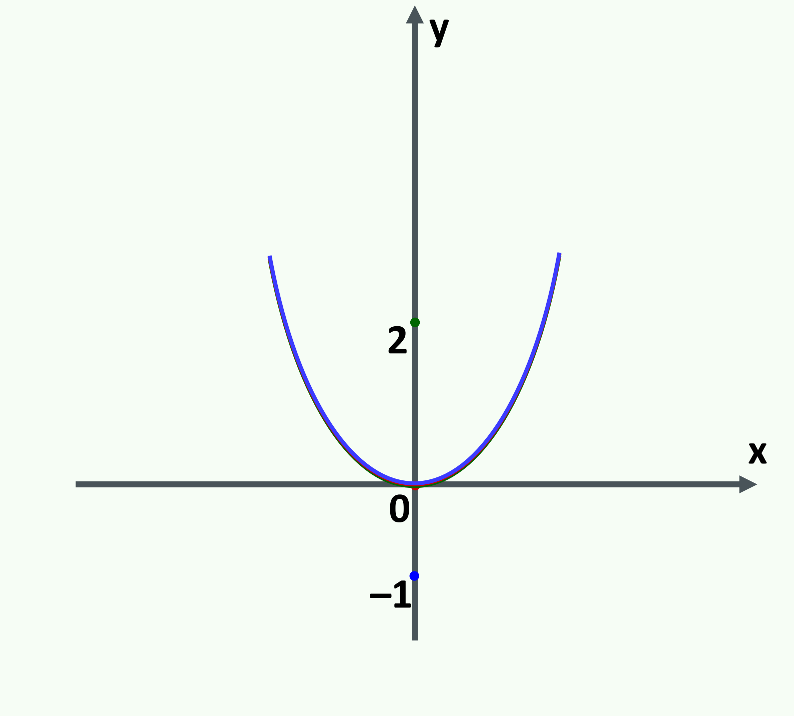
$f(x) = x^2 - 6x + 8$

$f(3) = 3^2 - 6.3 + 8$

$f(3) = -1$

Casos onde b = 0

$y = ax^2 + c$



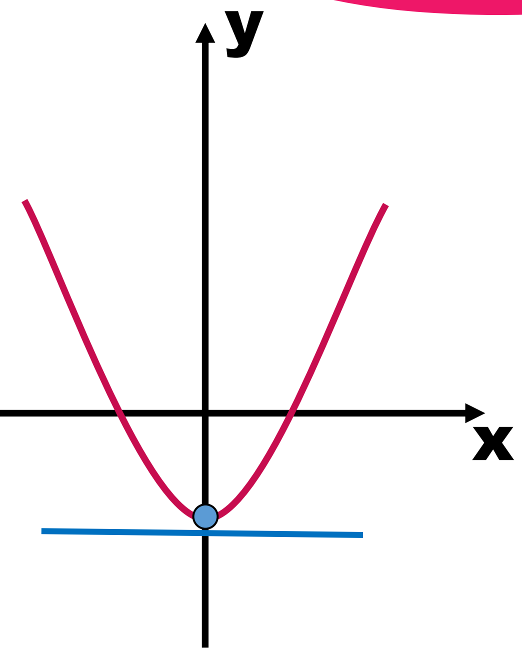
- ❑ $y = x^2$ — $Im = [0, +\infty[$
- ❑ $y = x^2 + 2$ — $Im = [2, +\infty[$
- ❑ $y = x^2 - 1$ — $Im = [-1, +\infty[$

✓ **Observe que o eixo de simetria das três parábolas é o eixo y.**

✓ **O vértice das três parábolas são os pontos V (0, 0), V(0, 2) e V(0, –1).**

GAIA
CURSO E COLÉGIO

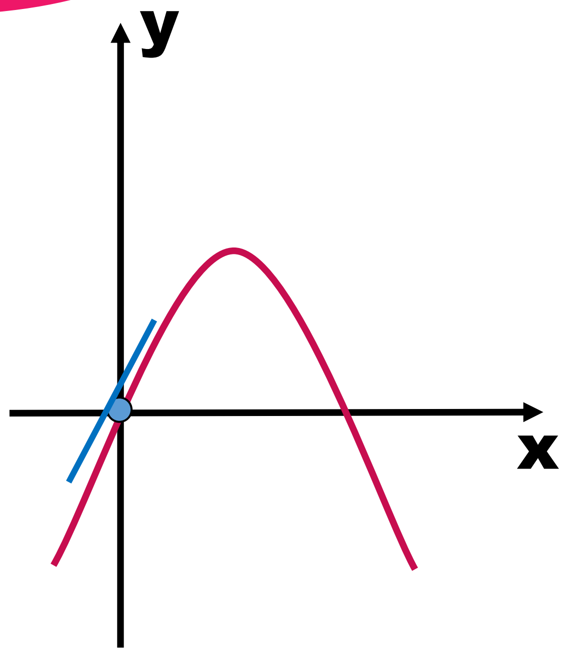
Sinais dos coeficientes e discriminante



$a > 0$

$b = 0$

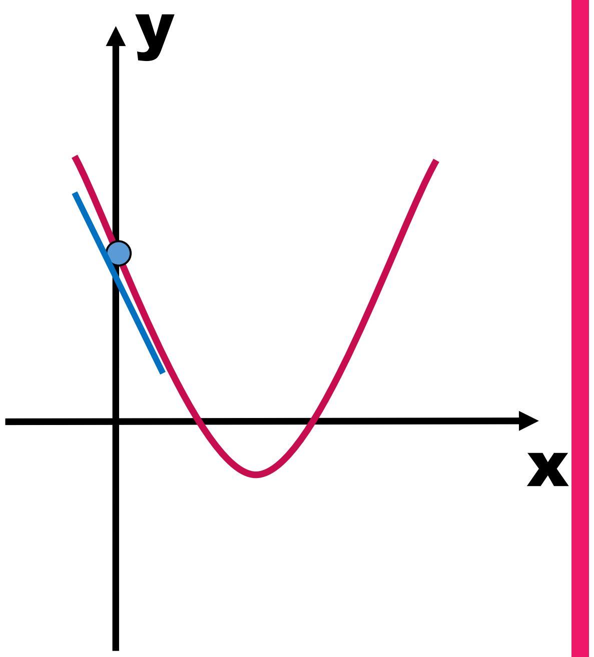
$c < 0$



$a < 0$

$b > 0$

$c = 0$

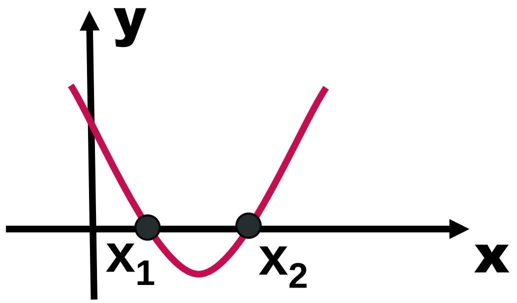


$a > 0$

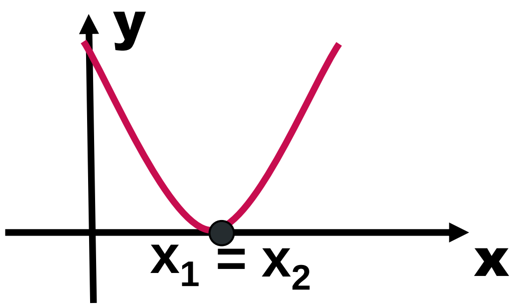
$b < 0$

$c > 0$

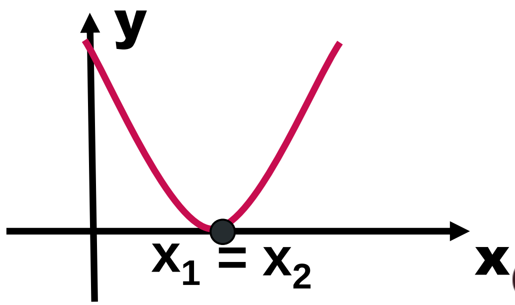
$\Delta > 0 \Rightarrow x_1 \neq x_2$



$\Delta = 0 \Rightarrow x_1 = x_2$



$\Delta < 0 \Rightarrow x_1, x_2 \notin \mathbb{R}$

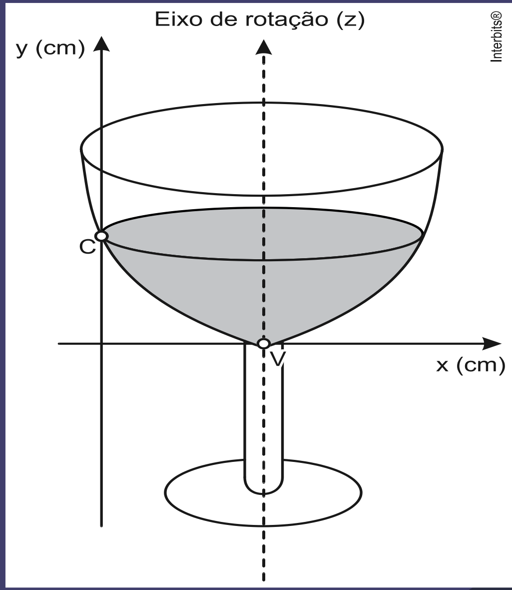


ENEM
EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO

GAIA
CURSO E COLÉGIO

QUESTÃO ENEM

A parte interior de uma taça foi gerada pela rotação de uma parábola em torno de um eixo z, conforme mostra a figura.



A função real que expressa a parábola, no plano cartesiano da figura, é dada pela lei

$$f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 6x + C$$

onde C é a medida da altura do líquido contido na taça, em centímetros. Sabe-se que o ponto V, na figura, representa o vértice da parábola, localizado sobre o eixo x.

A 1

B 2

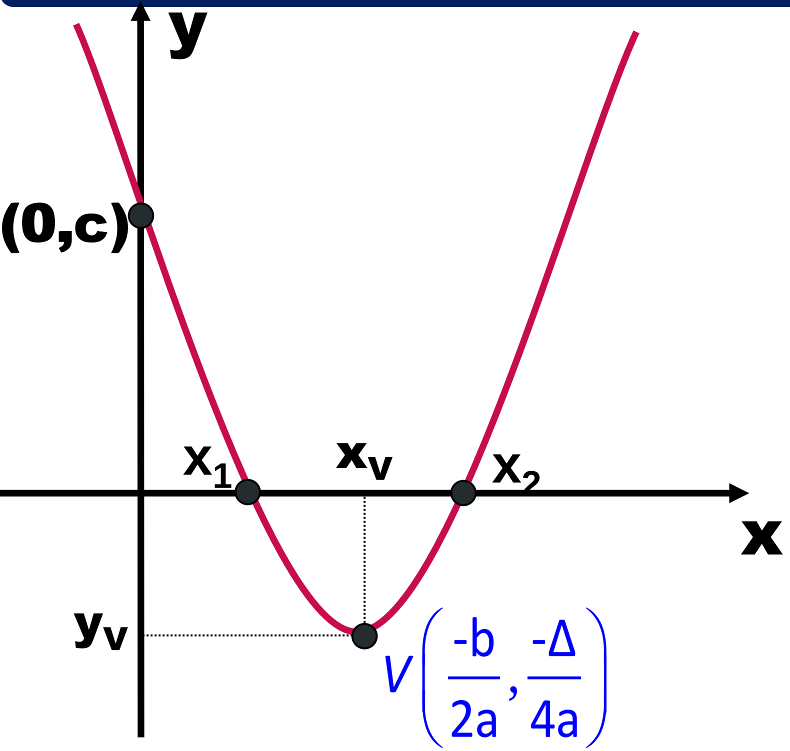
C 4

D 5

E 6

Função Polinomial do 2º grau

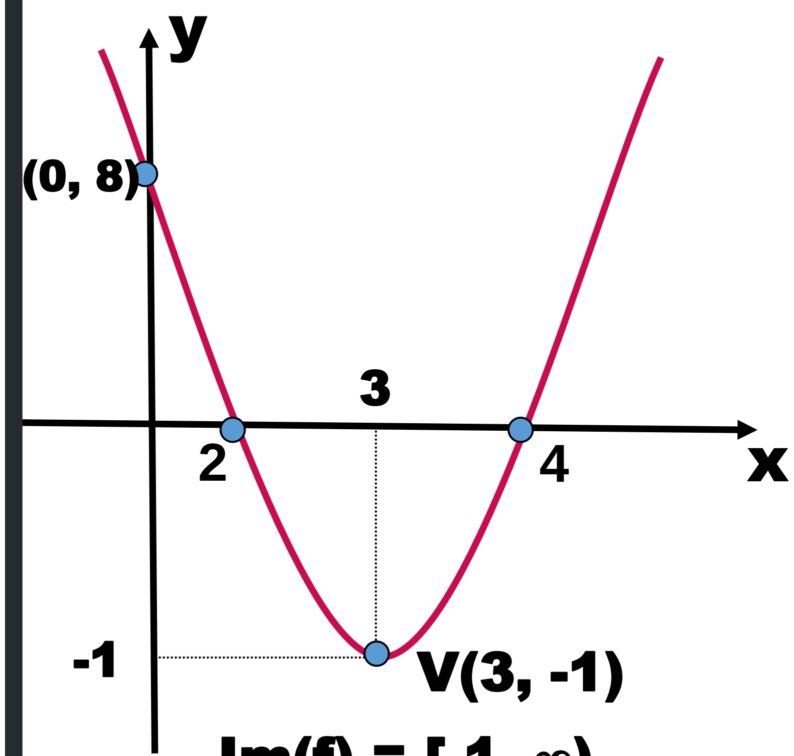
$y = f(x) = ax^2 + bx + c$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}; \ \Delta = b^2 - 4ac$$

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $\boxed{a = 1; b = -6; c = 8}$

$f(x) = x^2 - 6x + 8$



$Im(f) = [-1, \infty)$

RAÍZES

$x^2 - 6x + 8 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-6)^2 - 4.1.8 \Rightarrow \boxed{\Delta = 4}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{4}}{2.1}$$

$x_1 = 2$ ou $x_2 = 4$

COORDENADAS DO VÉRTICE

Modo 1

$$x_V = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-6)}{2.1} = 3$$

$$y_V = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-4}{4.1} = -1$$

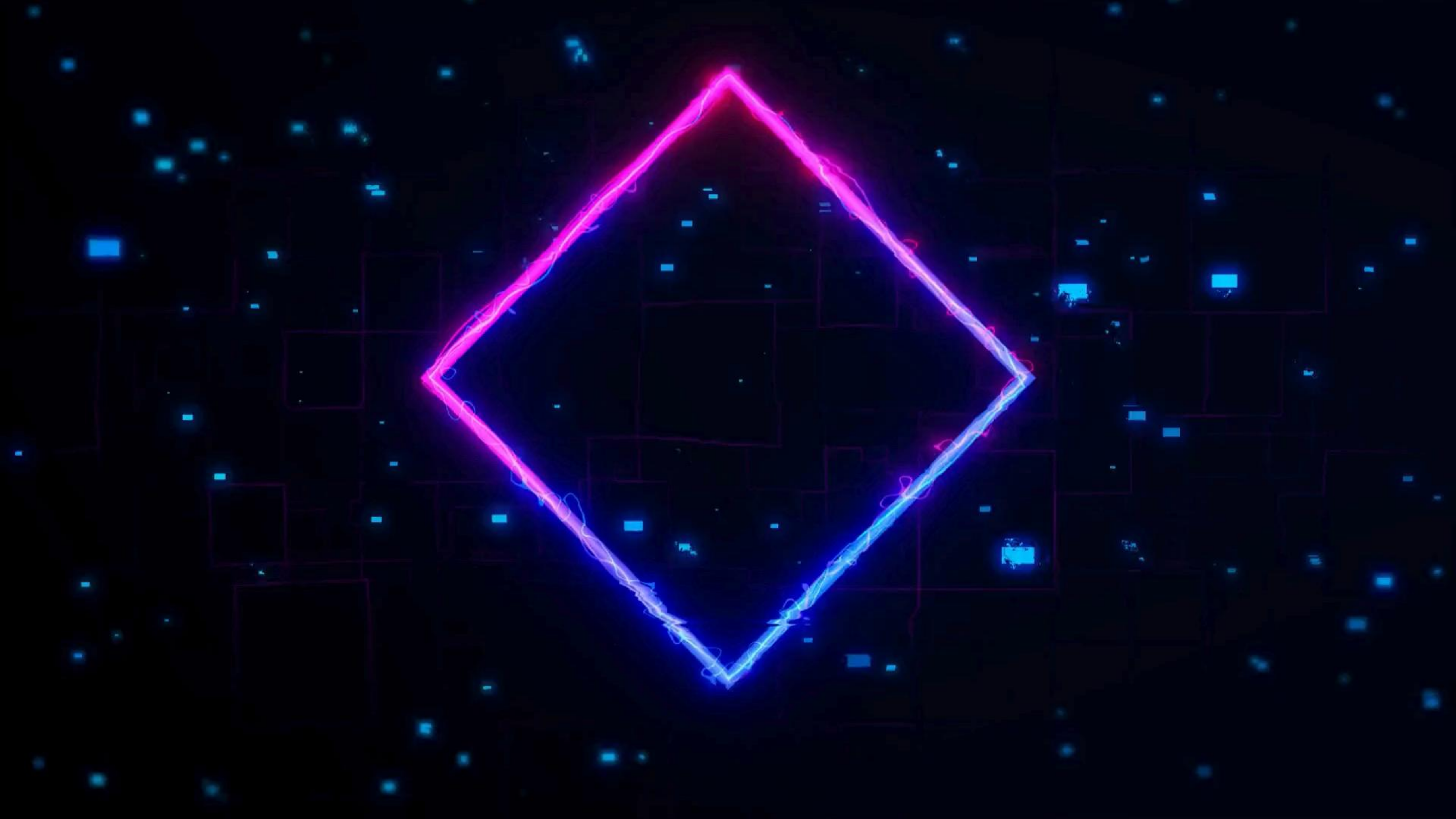
Modo 2

$$x_V = \frac{2+4}{2} = 3$$

$f(x) = x^2 - 6x + 8$

$f(3) = 3^2 - 6.3 + 8$

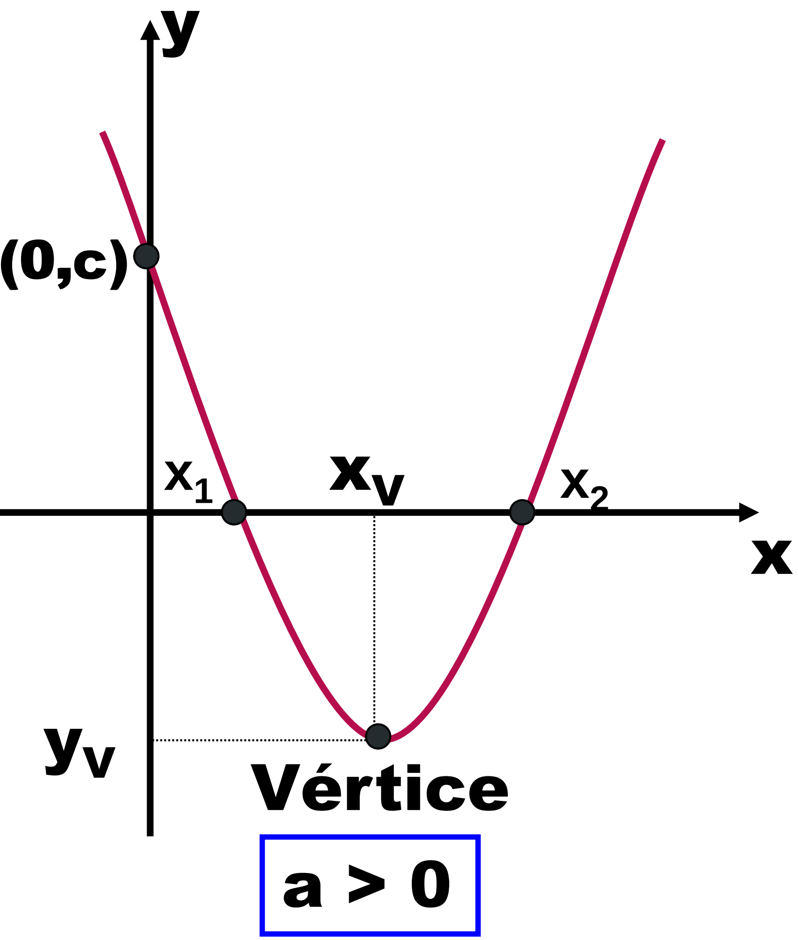
$f(3) = -1$

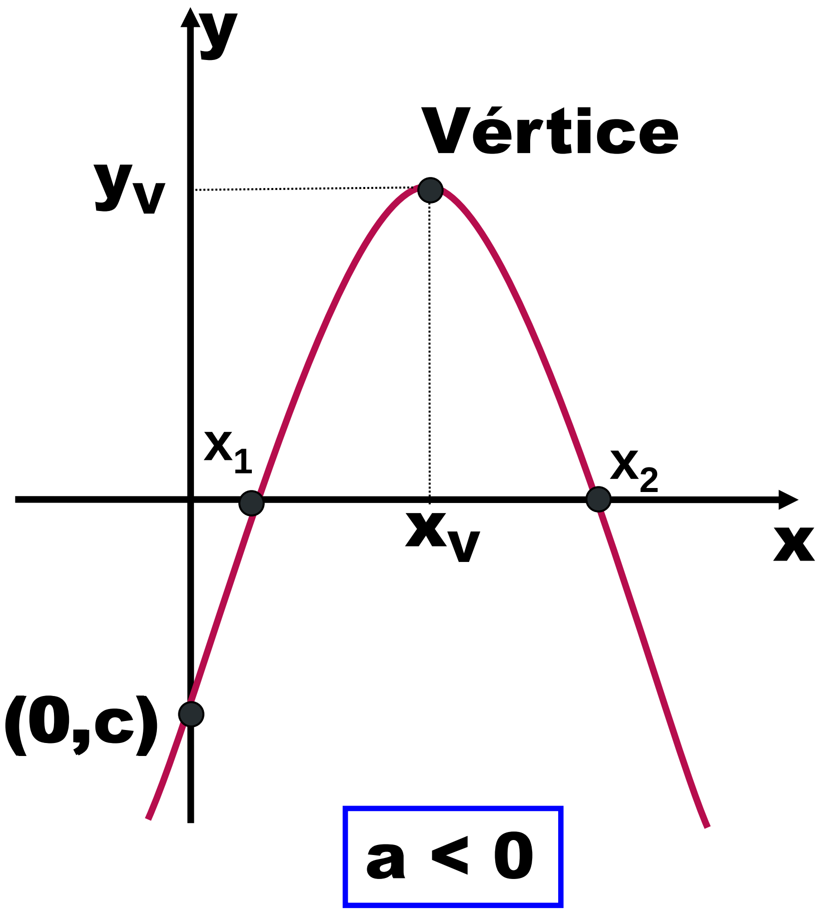


Função Polinomial do 2° grau

Tar ima
1, 2 11

Forma: $y = f(x) = ax^2 + bx + c$





Raízes da Função

$ax^2 + bx + c = 0$

$$\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a};\ \Delta = b^2 - 4ac}$$

Coordenadas do vértice

$$\boxed{x_V = \frac{-b}{2a} \quad \text{e} \quad y_V = \frac{-\Delta}{4a}}$$

$\Delta > 0 \Rightarrow x_1 \neq x_2$

$\Delta = 0 \Rightarrow x_1 = x_2$

$\Delta < 0 \Rightarrow x_1, x_2 \notin \mathbb{R}$

GAIA
CURSO E COLÉGIO

AULA 08

Função polinomial do 2° grau

ASSISTA À AULA

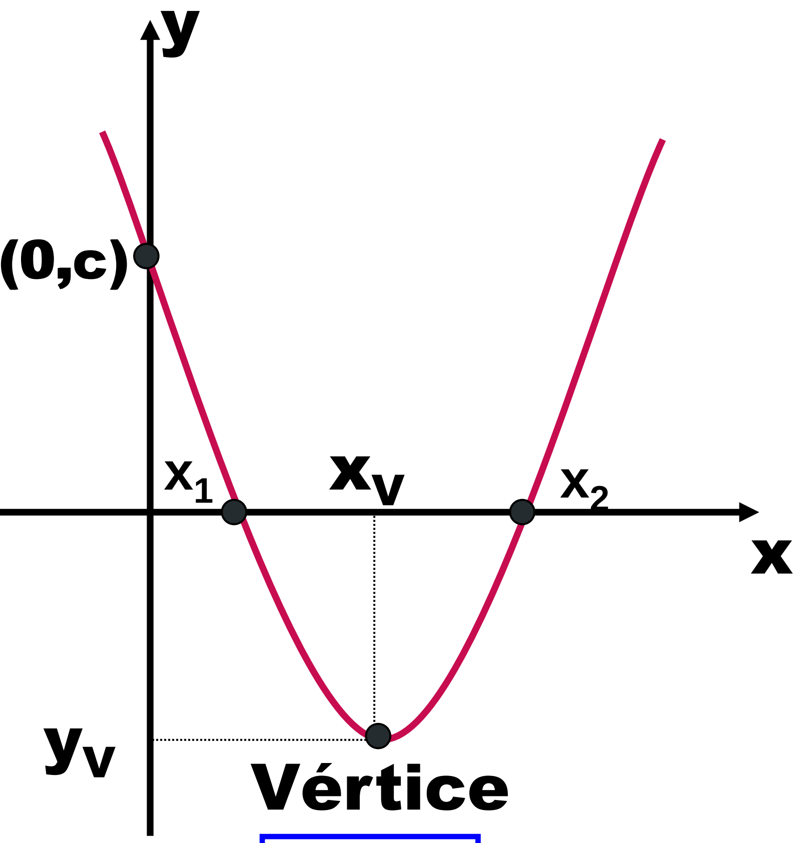
Professor Ricardinho

Matemática – Frente A

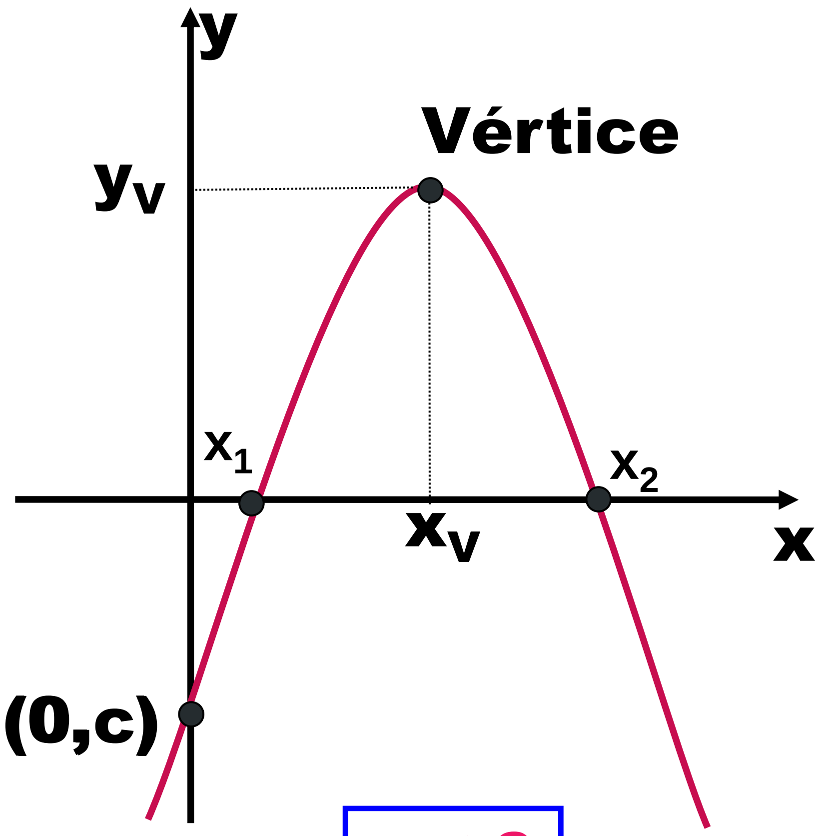
www.ricardinhomatematicax.com.br

Função Polinomial do 2° grau

Forma: $y = f(x) = ax^2 + bx + c$



a > 0



a < 0

Raízes ou Zeros da Função

$ax^2 + bx + c = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a};\ \Delta = b^2 - 4ac$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 . x_2 = \frac{c}{a}$$

Coordenadas do vértice

$$x_V = \frac{-b}{2a} \text{ e } y_V = \frac{-\Delta}{4a}$$

$\Delta > 0 \Rightarrow x_1 \neq x_2$

$\Delta = 0 \Rightarrow x_1 = x_2$

$\Delta < 0 \Rightarrow x_1, x_2 \notin \mathbb{R}$

enem
EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO

GAIA
CURSO E COLÉGIO

QUESTÃO ENEM

Um professor, depois de corrigir as provas de sua turma, percebeu que várias questões estavam muito difíceis.

Para compensar, decidiu utilizar uma função polinomial f, de grau menor que 3, para alterar as notas x da prova para notas y = f(x), da seguinte maneira:

- A nota zero permanece zero.
- A nota 10 permanece 10.
- A nota 5 passa a ser 6.

A expressão da função y = f(x) a ser utilizada pelo professor é

A $f(x) = -\frac{1}{25}x^2 + \frac{7}{5}x$

B $f(x) = -\frac{1}{10}x^2 + 2x$

C $f(x) = \frac{1}{24}x^2 + \frac{7}{12}x$

D $f(x) = \frac{4}{5}x + 2x$

E **y = x**

Modelando um função do 2º grau

1. Sistema

Conhecendo-se 3 pontos

2. Forma Fatorada

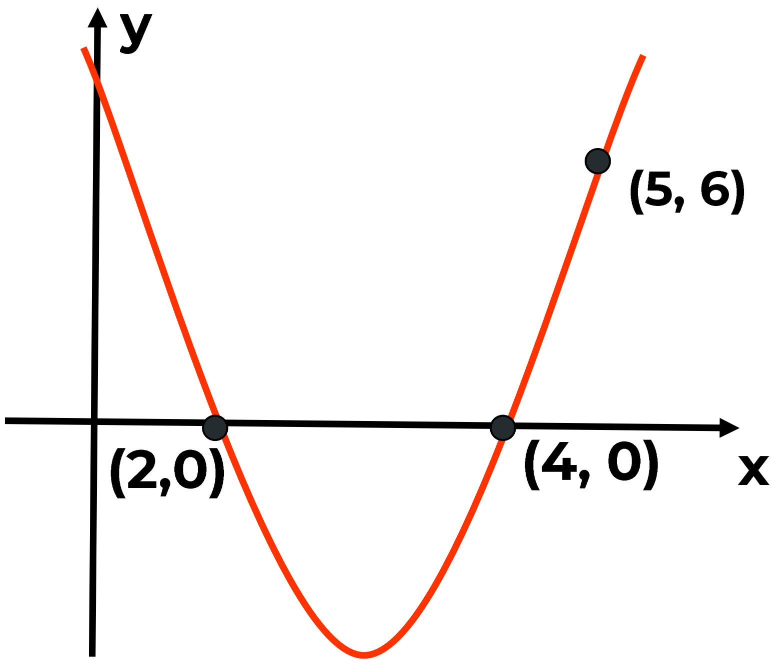
Conhecendo-se as raízes e outro ponto do gráfico

$$f(x) = a(x - x_1).(x - x_2)$$

3. Forma Canônica

Conhecendo-se as coordenadas do vértice e outro ponto do gráfico

$$f(x) = a(x - x_v)^2 + y_v$$



$$y = ax^2 + bx + c$$

(2,0) $\quad 0 = a.2^2 + b.2 + c$

(4,0) $\quad 0 = a.4^2 + b.4 + c$

(5,6) $\quad 6 = a.5^2 + b.5 + c$

$$\begin{cases} 4a + 2b + c = 0 \\ 16a + 4b + c = 0 \\ 25a + 5b + c = 6 \end{cases}$$

$a = 2$; $b = -12$; $c = 16$

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$\boxed{y = f(x) = 2x^2 - 12x + 16}$$

Modelando um função do 2º grau

1. Sistema

Conhecendo-se 3 pontos

2. Forma Fatorada

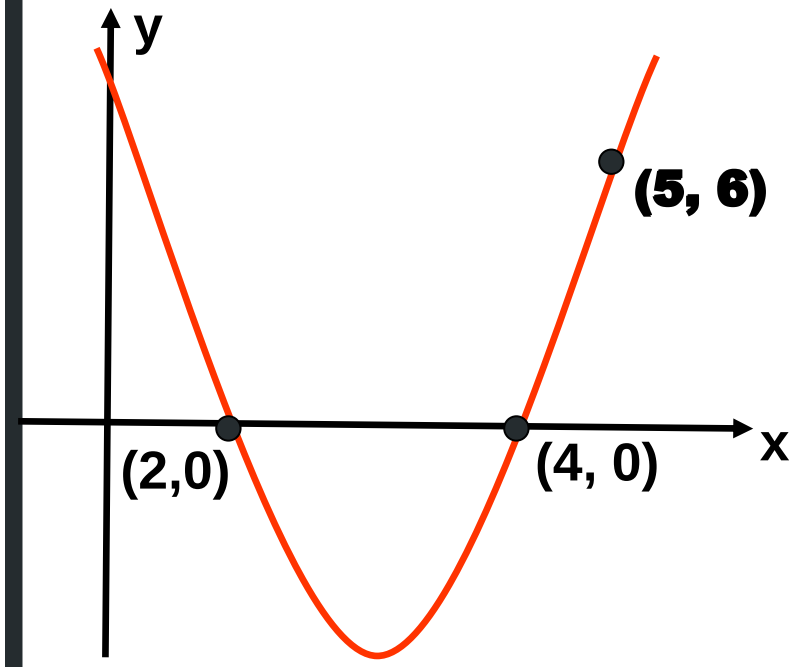
Conhecendo-se as raízes e outro ponto do gráfico

$f(x) = a(x - x_1).(x - x_2)$

3. Forma Canônica

Conhecendo-se as coordenadas do vértice e outro ponto do gráfico

$f(x) = a(x - x_v)^2 + y_v$



$6 = a(5 - 2).(5 - 4)$

$6 = 3a$

$\boxed{a = 2}$

Forma Fatorada

$f(x) = a(x - x_1).(x - x_2)$

$f(x) = a(x - x_1).(x - x_2)$

$f(x) = a(x - 2).(x - 4)$

$f(x) = 2\,(x - 2).(x - 4)$

$f(x) = 2\,(x^2 - 4x - 2x + 8)$

$f(x) = 2\,(x^2 - 6x + 8)$

$\boxed{f(x) = 2x^2 - 12x + 16}$

GAIA CURSO E COLÉGIO

Modelando um função do 2º grau

1. Sistema

Conhecendo-se 3 pontos

2. Forma Fatorada

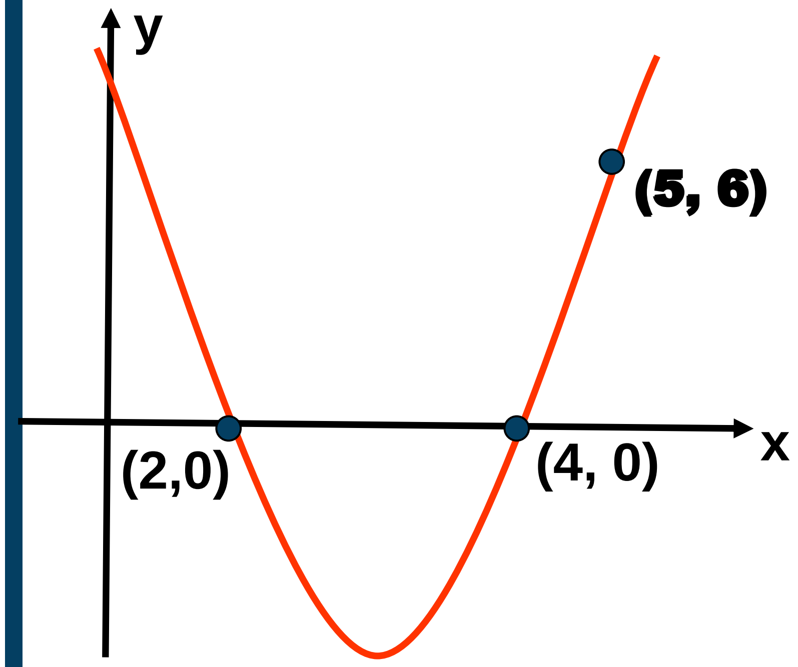
Conhecendo-se as raízes e outro ponto do gráfico

$f(x) = a(x - x_1).(x - x_2)$

3. Forma Canônica

Conhecendo-se as coordenadas do vértice e outro ponto do gráfico

$f(x) = a(x - x_v)^2 + y_v$



$6 = a(5 - 2).(5 - 4)$

$6 = 3a$

$\boxed{a = 2}$

Forma Fatorada

$f(x) = a(x - x_1).(x - x_2)$

$f(x) = a(x - x_1).(x - x_2)$

$f(x) = a(x - 2).(x - 4)$

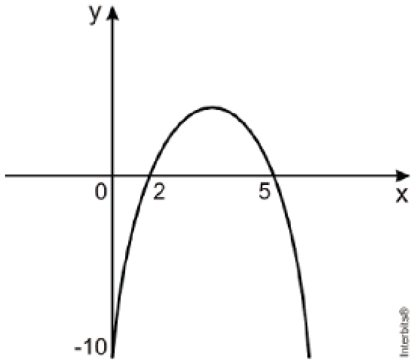
$f(x) = 2\,(x - 2).(x - 4)$

$f(x) = 2\,(x^2 - 4x - 2x + 8)$

$f(x) = 2\,(x^2 - 6x + 8)$

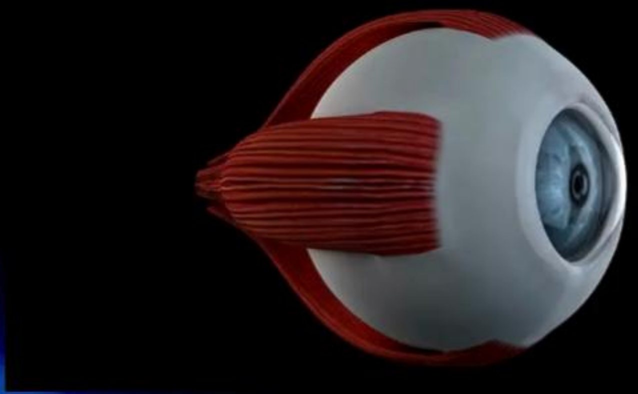
$\boxed{f(x) = 2x^2 - 12x + 16}$

3. Seja uma função do 2º grau $y = ax^2 + bx + c$, cujo gráfico está representado a seguir.



A soma dos coeficientes dessa função é

a) – 2.
b) – 3.
c) – 4.
d) – 6.



Modelando um função do 2º grau

1. Sistema

Conhecendo-se 3 pontos

2. Forma Fatorada

Conhecendo-se as raízes e outro ponto do gráfico

$$\boxed{f(x) = a(x - x_1).(x - x_2)}$$

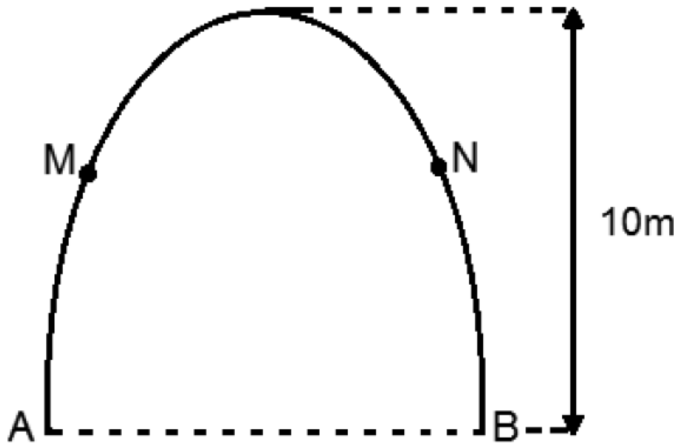
3. Forma Canônica

Conhecendo-se as coordenadas do vértice e outro ponto do gráfico

$$\boxed{f(x) = a(x - x_v)^2 + y_v}$$

SISTEMA ACAFE

A figura abaixo representa um portal de entrada de uma cidade cuja forma é um arco de parábola. A largura da base (*AB*) do portal é 8 metros e sua altura é de 10 metros. A largura (*MN*), em metros, de um vitral colocado a 6,4 metros acima da base é:

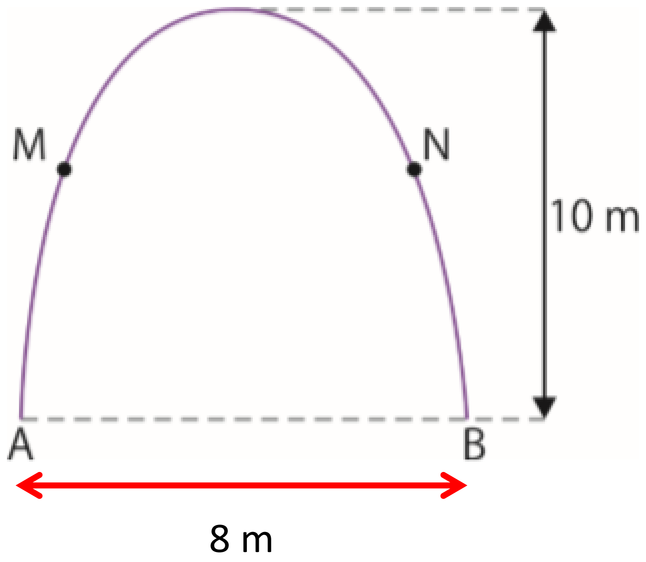


a) 5,2
b) 3,6
c) 6,0
d) 4,8

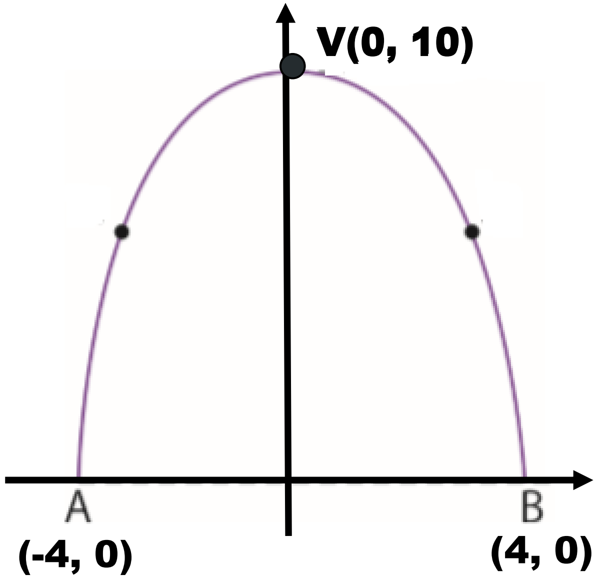
GAIA CURSO E COLÉGIO

Modelando um função do 2º grau

(ACAFE - SC) A figura abaixo representa um portal de entrada de uma cidade cuja forma é um arco de parábola. A largura da base (AB) do portal é 8 metros e sua altura é de 10 metros. A largura (MN), em metros, de um vitral colocado a 6,4 metros acima da base é:



a) 5,2
b) 3,6
c) 6,0
d) 4,8



$10 = a(0 + 4).(0 - 4)$

$10 = -16a$

$$\boxed{a = -\frac{5}{8}}$$

Forma Fatorada

$$\boxed{f(x) = a(x - x_1).(x - x_2)}$$

$f(x) = a(x - (-4)).(x - 4)$

$f(x) = a(x + 4).(x - 4)$

$f(x) = \quad (x + 4).(x - 4)$

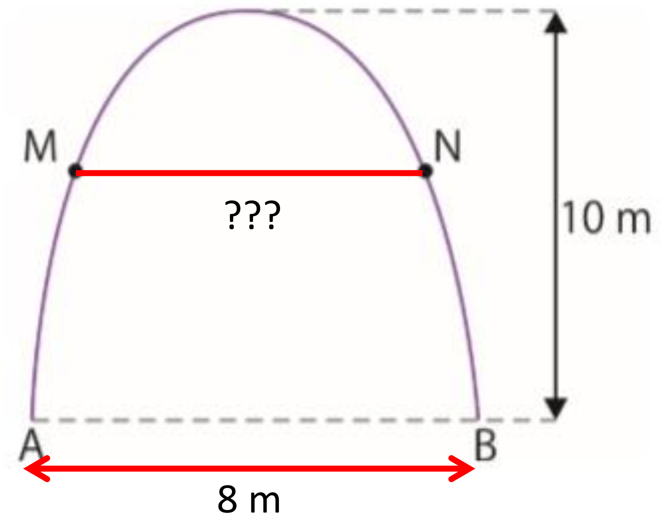
$$f(x) = -\frac{5}{8}\left(x^2 - 16\right)$$

$$\boxed{f(x) = \frac{-5x^2 + 80}{8}}$$

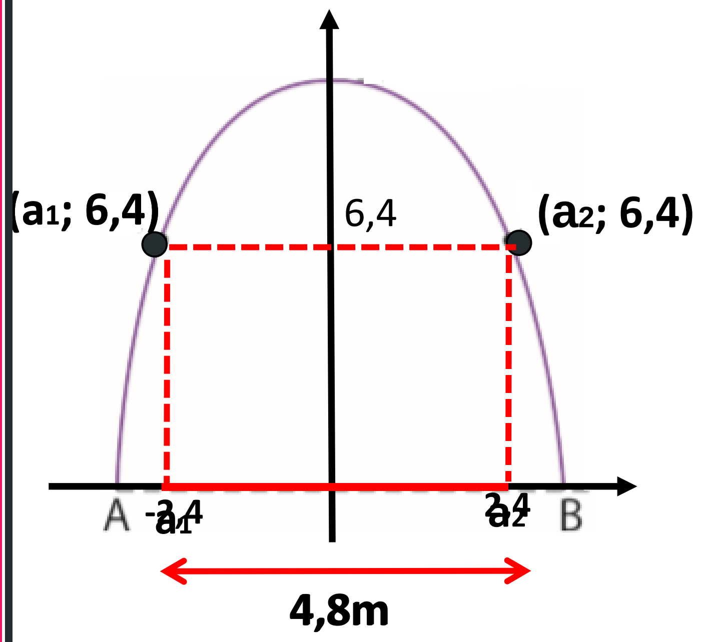
GAIA CURSO E COLÉGIO

Modelando um função do 2º grau

(ACAFE - SC) A figura abaixo representa um portal de entrada de uma cidade cuja forma é um arco de parábola. A largura da base (AB) do portal é 8 metros e sua altura é de 10 metros. A largura (MN), em metros, de um vitral colocado a 6,4 metros acima da base é:



a) 5,2
b) 3,6
c) 6,0
d) 4,8



$$\boxed{f(x) = \frac{-5x^2 + 80}{8}}$$

$$6{,}4 = \frac{-5a^2 + 80}{8}$$

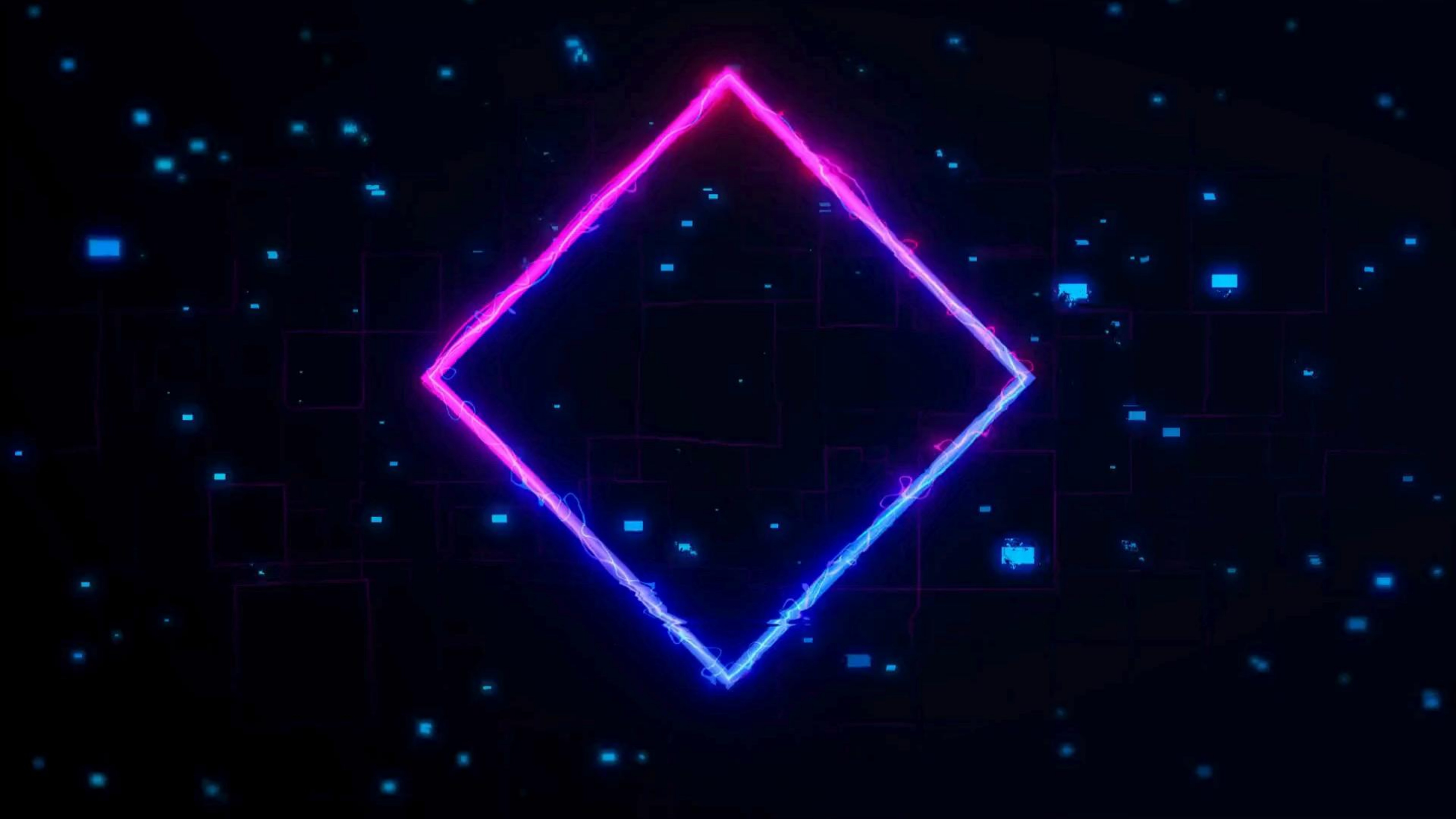
$$51{,}2 = -5a^2 + 80$$

$$5a^2 = 28{,}8$$

$$a^2 = 5{,}76$$

$$a = \pm\sqrt{\frac{576}{100}} = \frac{24}{10}$$

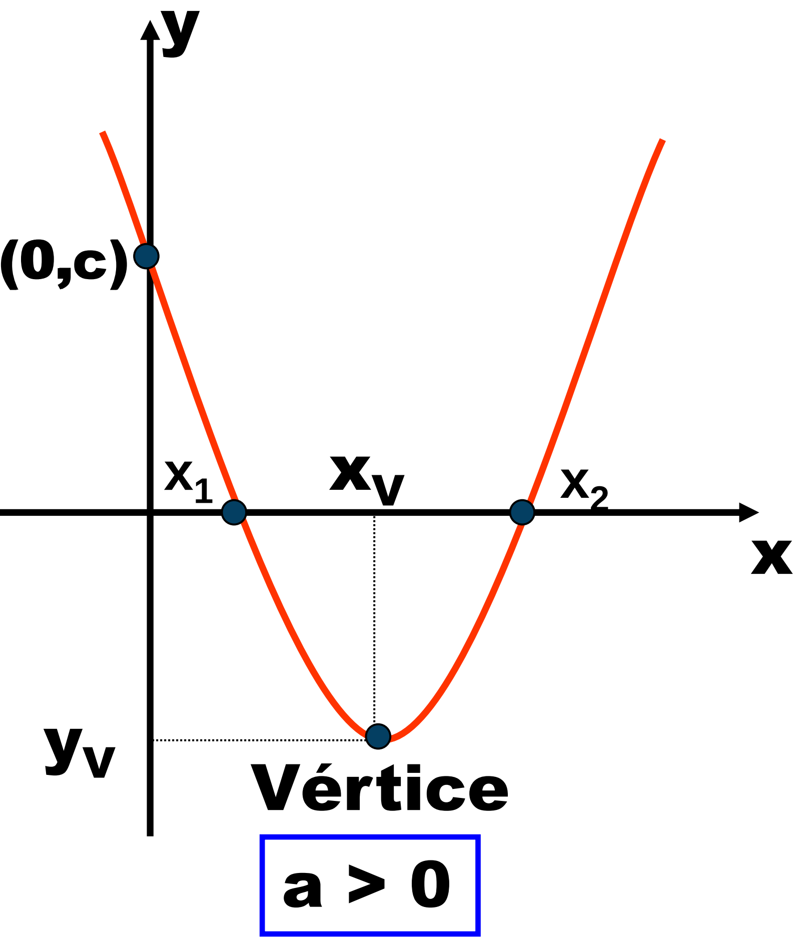
$$\boxed{a = \pm 2{,}4}$$

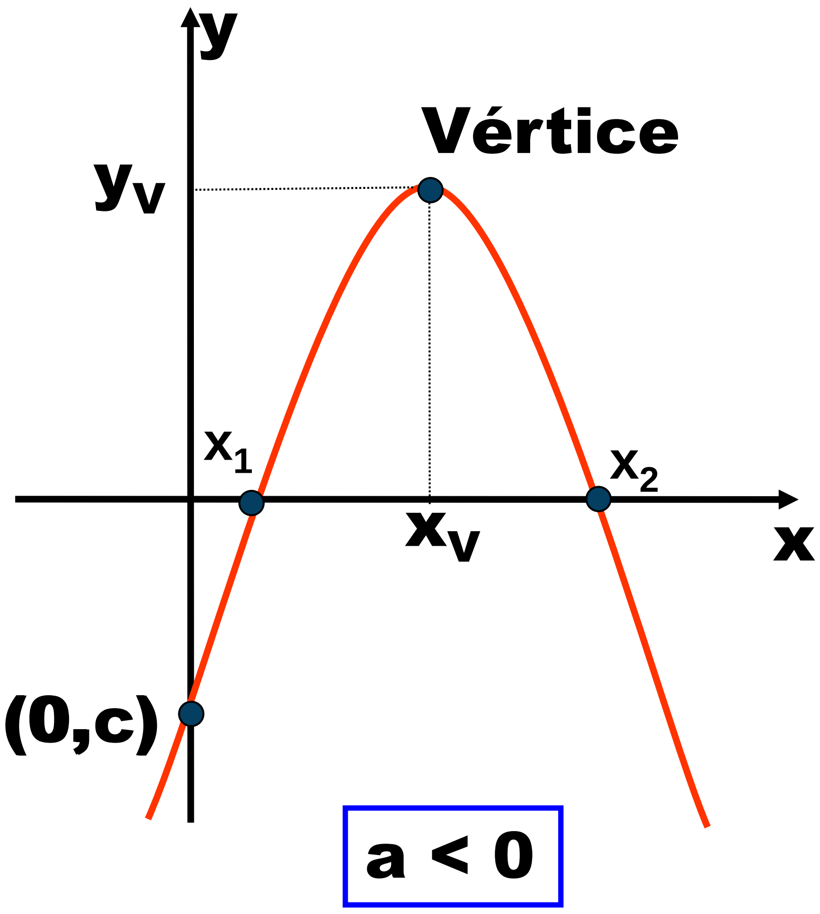


Função Polinomial do 2° grau

Tar ima
1, 2 7,
11 17

Forma: $y = f(x) = ax^2 + bx + c$





Raízes da Função

$ax^2 + bx + c = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}; \ \Delta = b^2 - 4ac$$

Coordenadas do vértice

$$x_V = \frac{-b}{2a} \quad e \quad y_V = \frac{-\Delta}{4a}$$

$\Delta > 0 \Rightarrow x_1 \neq x_2$

$\Delta = 0 \Rightarrow x_1 = x_2$

$\Delta < 0 \Rightarrow x_1, x_2 \notin \mathbb{R}$

$f(x) = a(x - x_1).(x - x_2)$

$f(x) = a(x - x_v)^2 + y_v$

GAÍA CURSO E COLÉGIO

AULA 09

Função polinomial do 2° grau

ASSISTA À AULA

Professor Ricardinho

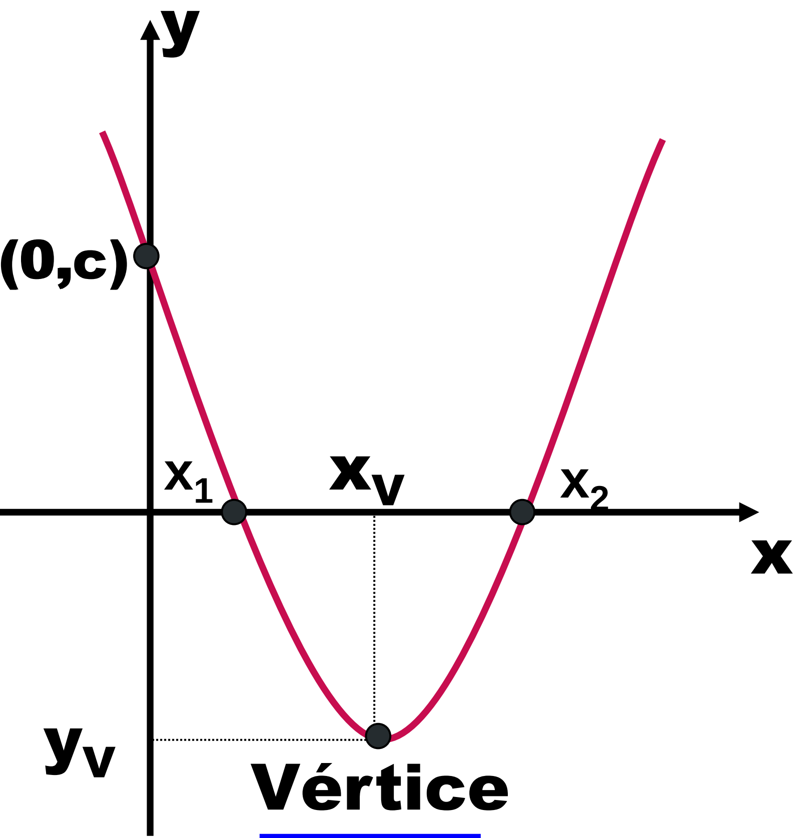
Matemática – Frente A

www.ricardinhomatematicax.com.br

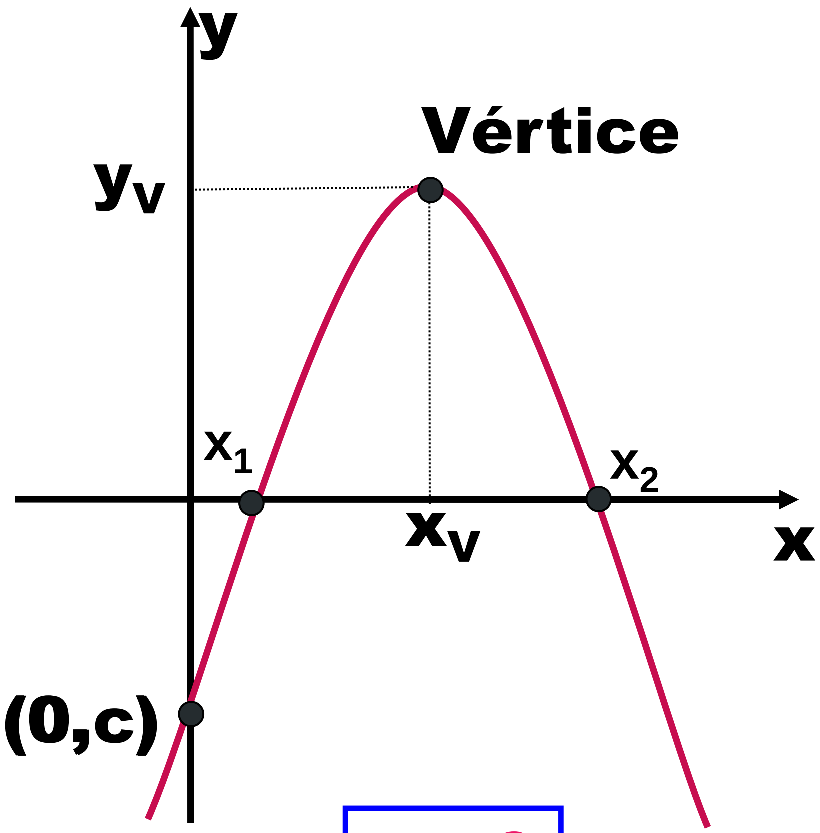
GAIA CURSO E COLÉGIO

Função Polinomial do 2° grau

Forma: $y = f(x) = ax^2 + bx + c$



$a > 0$



$a < 0$

Raízes ou Zeros da Função

$ax^2 + bx + c = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a};\ \Delta = b^2 - 4ac$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 . x_2 = \frac{c}{a}$$

Coordenadas do vértice

$$x_V = \frac{-b}{2a} \quad e \quad y_V = \frac{-\Delta}{4a}$$

$\Delta > 0 \Rightarrow x_1 \neq x_2$

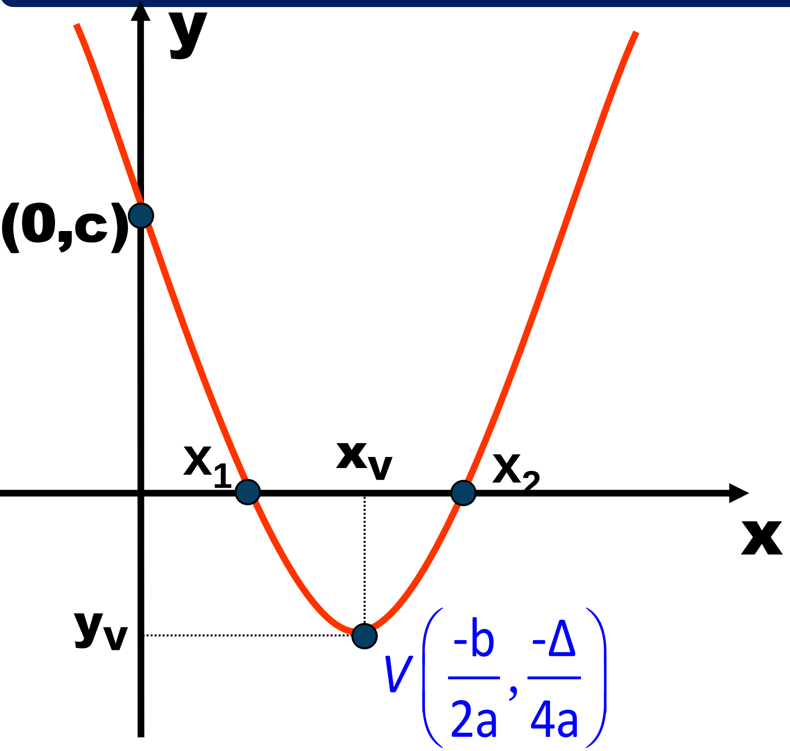
$\Delta = 0 \Rightarrow x_1 = x_2$

$\Delta < 0 \Rightarrow x_1, x_2 \notin \mathbb{R}$

GAIA
CURSO E COLÉGIO

Função Polinomial do 2º grau

$y = f(x) = ax^2 + bx + c$

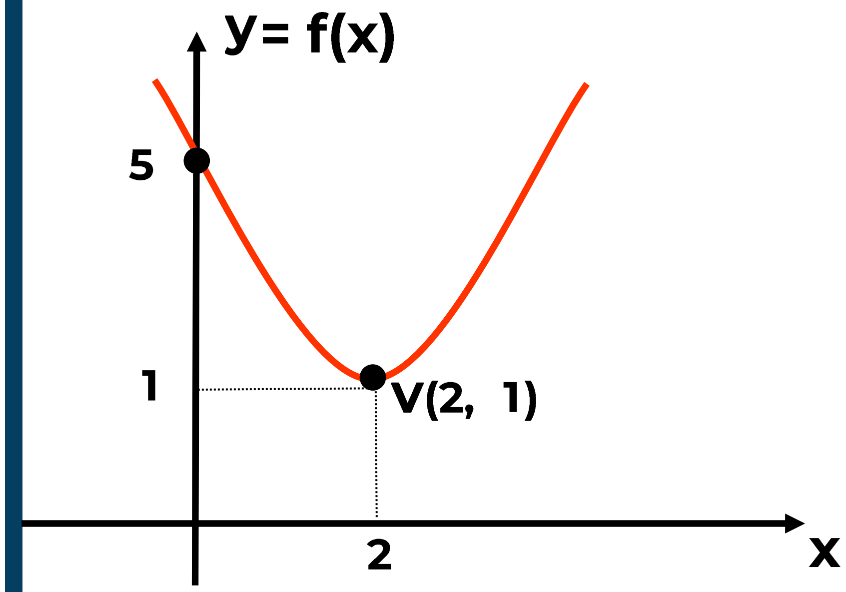


$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}; \ \Delta = b^2 - 4ac$$

Dada a função f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida $f(x) = x^2 - 4x + 5$. Pergunta-se:

a) O valor mínimo de f(x) 1

b) O valor de x para o qual f(x) é mínimo 2



$f(x) = x^2 - 4x + 5$

$$\boxed{\Delta = b^2 - 4ac}$$

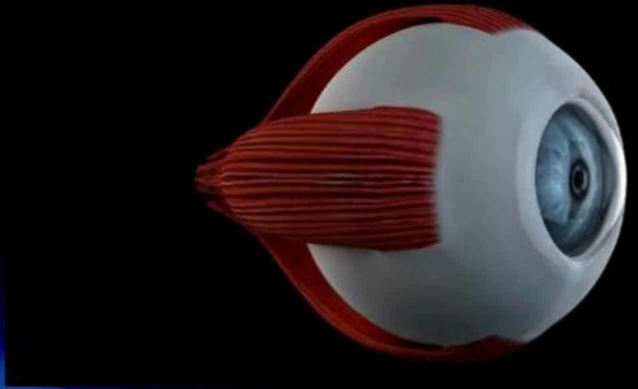
$$\Delta = (-4)^2 - 4.1.5$$

$$\boxed{\Delta = -4}$$

$$\boxed{x_V = \frac{-b}{2a}} \qquad \boxed{y_V = \frac{-\Delta}{4a}}$$

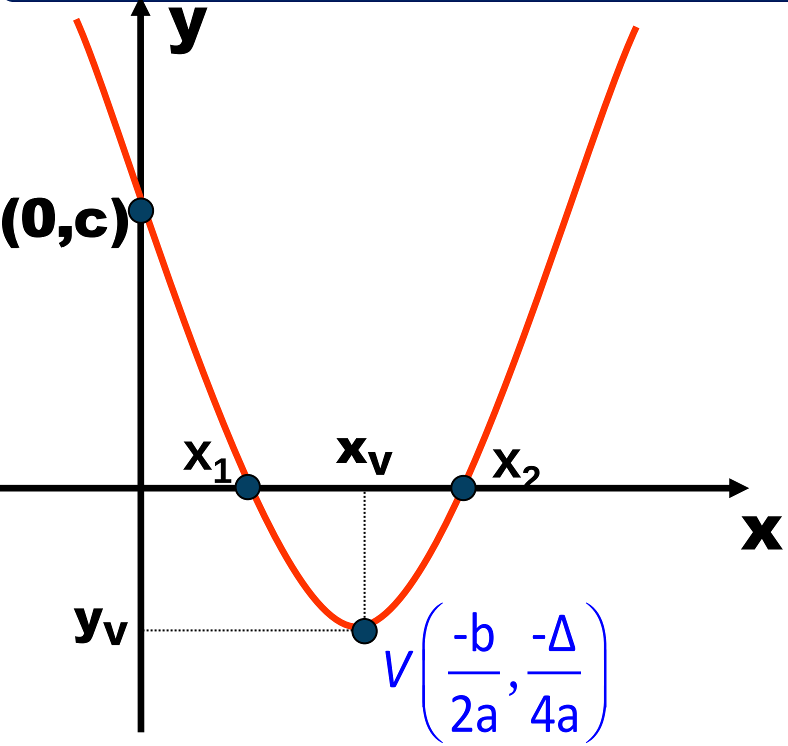
$$x_V = \frac{-(-4)}{2.1} \qquad y_V = \frac{-(-4)}{4.1}$$

$$\boxed{x_V = 2} \qquad \boxed{y_V = 1}$$



Função Polinomial do 2º grau

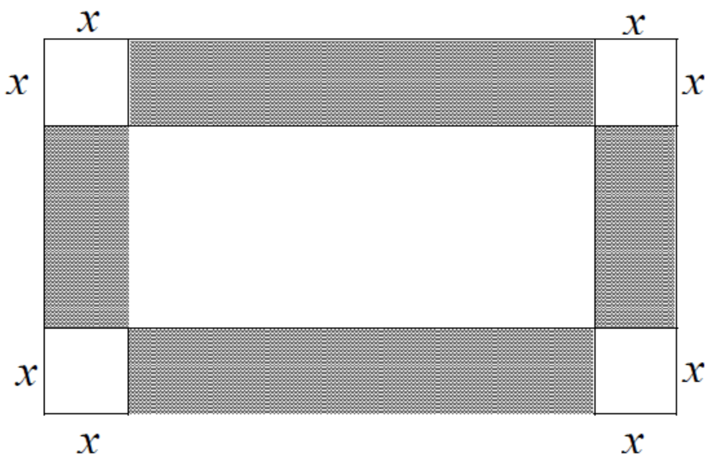
$y = f(x) = ax^2 + bx + c$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a};\ \Delta = b^2 - 4ac$$

UFSC

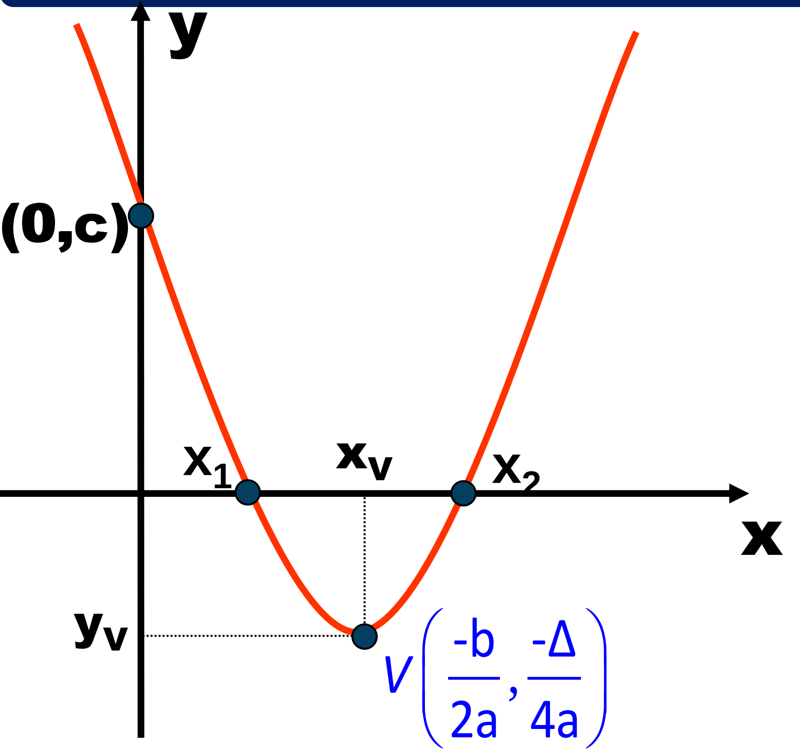
Tem-se uma folha de cartolina com forma retangular, cujos lados medem *56cm* e *32cm* e deseja-se cortar as quinas, conforme ilustração a seguir. Quanto deve medir *x*, em centímetros, para que a área da região hachurada seja a maior possível?



GAIA CURSO E COLÉGIO

Função Polinomial do 2° grau

$y = f(x) = ax^2 + bx + c$



$$\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}; \ \Delta = b^2 - 4ac}$$

O Custo de produção e o preço de venda, em reais, de x unidades de certa mercadoria são dados, respectivamente, pelas funções $C(x) = 20x - x^2$ e $V(x) = 60x - 3x^2$, para $0 < x < 20$. O lucro máximo obtido com a venda dessa mercadoria é de:

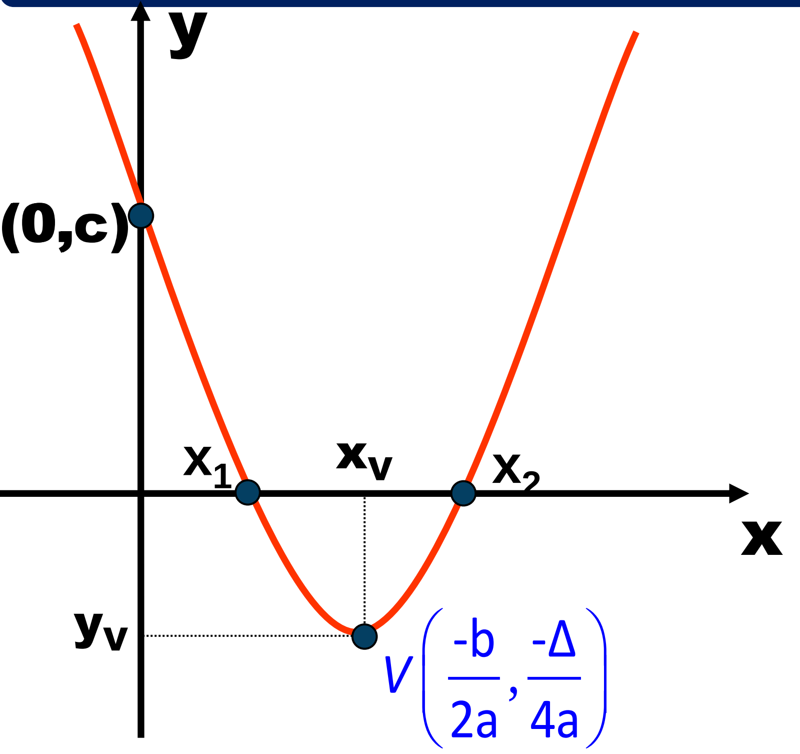
a) R$ 240,00
b) R$ 200,00
c) R$ 180,00
d) R$ 280,00
e) R$ 300,00

GAIA
CURSO E COLÉGIO

Função Polinomial do 2° grau

FUVEST FUNDAÇÃO UNIVERSITÁRIA PARA O VESTIBULAR

$y = f(x) = ax^2 + bx + c$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}; \ \Delta = b^2 - 4ac$$

A dona de uma lanchonete observou que, vendendo um combo a R$ 10,00, 200 deles são vendidos por dia, e que, para cada redução de R$ 1,00 nesse preço, ela vende 100 combos a mais. Nessas condições, qual é a máxima arrecadação diária que ela espera obter com a venda desse combo?

a) R$ 2.000,00
b) R$ 3.200,00
c) R$ 3.600,00
d) R$ 4.000,00
e) R$ 4.800,00

GAIA CURSO E COLÉGIO

enem
EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO

GAIA
CURSO E COLÉGIO

QUESTÃO ENEM

A única fonte de renda de um cabeleireiro é proveniente de seu salão. Ele cobra R$ 10,00 por cada serviço realizado e atende 200 clientes por mês, mas está pensando em aumentar o valor cobrado pelo serviço. Ele sabe que cada real cobrado a mais acarreta uma diminuição de 10 clientes por mês.

Para que a renda do cabeleireiro seja máxima, ele deve cobrar por serviço o valor de

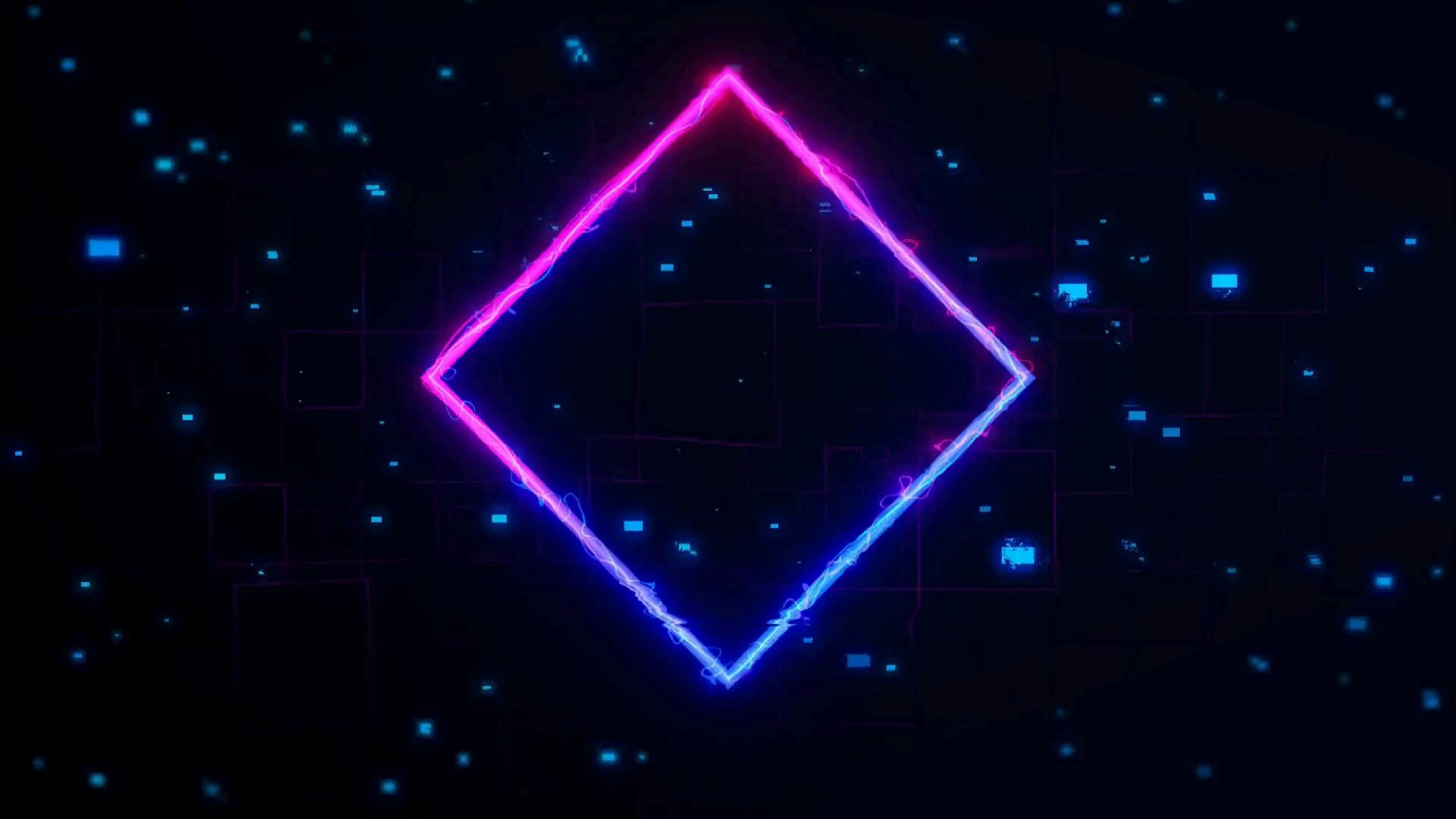
A R$ 10,00

B R$ 10,50

C R$ 11,00

D R$ 15,00

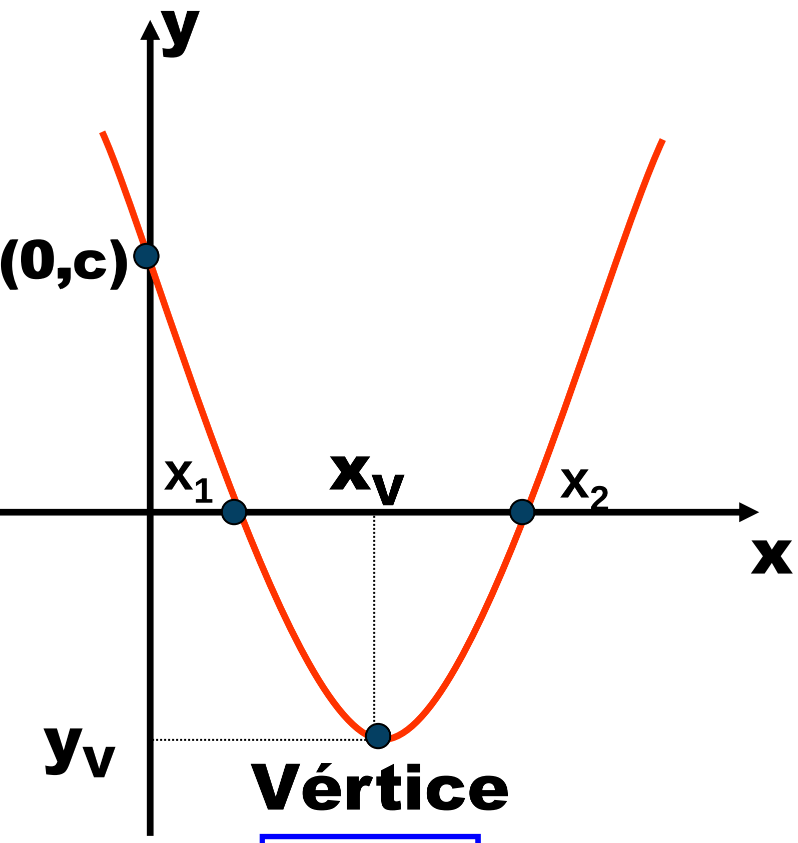
E R$ 20,00



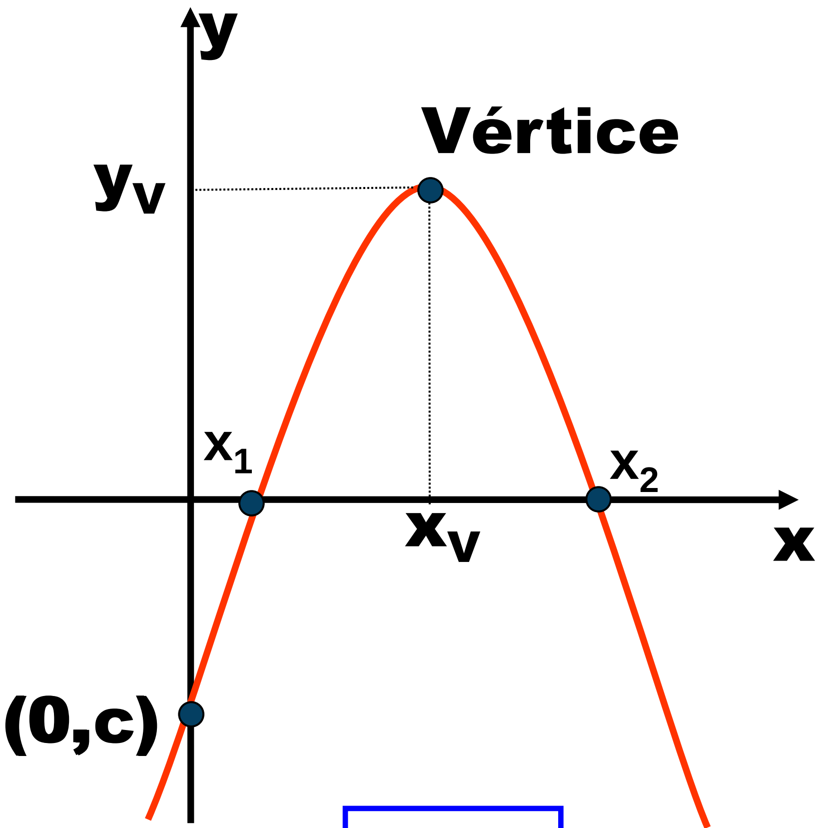
Função Polinomial do 2° grau

Tar... ima
1, 2 ... 8,
10, ... e 18

Forma: $y = f(x) = ax^2 + bx + c$



a > 0



a < 0

Raízes da Função

$ax^2 + bx + c = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}; \ \Delta = b^2 - 4ac$$

Coordenadas do vértice

$$x_V = \frac{-b}{2a} \ \text{e} \ y_V = \frac{-\Delta}{4a}$$

$\Delta > 0 \Rightarrow x_1 \neq x_2$

$\Delta = 0 \Rightarrow x_1 = x_2$

$\Delta < 0 \Rightarrow x_1, x_2 \notin \mathbb{R}$

$f(x) = a(x - x_1).(x - x_2)$

$f(x) = a(x - x_V)^2 + y_V$

GAIA CURSO E COLÉGIO